

# 1. félévi beszámoló

Bendegúz Sulyok (bsulyok94@gmail.com)

Statisztikus fizika, biológiai fizika és kvantumrendszerek fizikája PhD program

Témavezető: Dr. Pollner Péter

## Bevezetés

A természetben előforduló valós hálózatok egy igen fontos hányada rendelkezik két karakterisztikus tulajdonsággal: a kis világ (small world) hálózatokra a pontok kis átlagos távolsága jellemző:  $\langle l \rangle \sim \log N$ ; a skálamentes (scale-free) hálózatokat pedig az élszám eloszlásának hatványfüggvény szerinti lecsengésével szokás azonosítani:  $p(k) \sim k^{-\gamma}$ . E két tulajdonság gyakran együtt jár és számos területre jellemző komplex hálózatnak a sajátja: szociális hálózatok, protein interakciós hálózatok, internet hálózat, idézési és szerzőségi hálózatok, légi közlekedési hálózat.

A komplex hálózatok beágyazásának kutatása nagy aktivitást mutató terület, melynek elsődleges célja a hálózat pontjaihoz koordinátákat rendelni, melyek valamilyen metrikus térbeli reprezentációját adják a hálózatnak. Beágyazási módszereket különböző célok motiválhatnak, de a közös pont a hálózat topológiájának kvantitatív jellemzése. Míg a nem kis világ hálózatok, mint például a városokat összekötő úthálózatok, jellemzően jól beágyazhatóak véges dimenziós Euklideszi térbe, ugyanez már nem mondható el a skálamentes, kis világ hálózatokra, ahol kitüntetett szerep jut a nagy élszámú csomópontoknak. Ha például rugóerők optimalizálásával próbálunk Euklideszi beágyazást végezni ilyen hálózatokon, azt találjuk, hogy a rendszer mechanikai feszültsége még a legoptimálisabb elrendezésekben is igen nagy.

A hiperbolikus tér, ezzel szemben, megfelelőnek bizonyult a skálamentes hálózatok befogadására, azaz lehetőség nyílik a skálamentes hálózatok topológiájának hű reprezentálására [4]. Ezt úgy is megfogalmazható, hogy a skálamentes, kis világ hálózatoknak van egy rejtett, veleszületett geometriája és ez egy negatív görbületű, hiperbolikus geometria.

## Kutatás

A félév első részében megismerkedtem a hálózatkutatáshoz használt legkézenfekvőbb eszközökkel, szoftverekkel. Ezután nekikezdtem egy saját program-könyvtár írásának Pythonban, implementáltam számos algoritmust (centralitási mértékek, útvonalkeresés, beágyazások, hiperbolikus geometria), a további kutatás elősegítésének érdekében. Begyűjtöttem és katalógusba rendeztem számos valós hálózatot is, különös figyelemet fordítva skálamentes hálózatokra.

Ahogy a bevezetőben kifejtettem, a háttérben meghúzódó geometria hiperbolikus, a topológiát hűen jellemző beágyazások elkészítése azonban nem-triviális probléma, melyre számos megoldási javaslat került kidolgozásra. A hiperbolikus beágyazó módszerek jelentős része

valamilyen mennyiség optimalizációján alapszik, ami pedig az érdeklődésemet felkeltette, az a mohó útvonalkeresés (Greedy Routing), ami a geometriai útvonalkereső algoritmusok csoportjába tartozik. Ezen útvonalkeresés során egy csomag úgy közlekedik a hálózaton, hogy mindig arra a szomszédos pontra ugrik, amely a legközelebb van célhoz; ha hurokba kerül, a csomag elvész. A Greedy Routing Score (GRS) egy olyan mennyiség, ami a hálózatot abból a szempontból jellemzi, hogy a Greedy Routing útvonalkeresések mekkora hányada ér célba. A GRS-nek egy olyan, szigorúbb, variánsát használtam, amely csak olyan lépéseket enged meg, amik közelebb viszik a csomagot a céljához, mint az aktuális pozíciója.

A PSO (popularity-similarity optimization) model egy hiperbolikus sztochasztikus hálózat generáló módszer; kevés hyperparaméter beállításával a skálamentes, kis világ hálózatok egy széles spektruma elkészíthető [3]. Egy szorosan kötött mag létrehozása után új gráf-pontok érkeznek, egyre nagyobb radiális koordinátával és egyenlő eloszlású véletlenszerű szögkoordinátával, ezek a hiperbolikus távolsággal arányosan kötődnek a már jelen lévő pontokhoz. A félévben végzett kutatómunkám során valós skálamentes hálózatokat, valamint a PSO modellel készített szintetikus hálózatokat vizsgáltam.

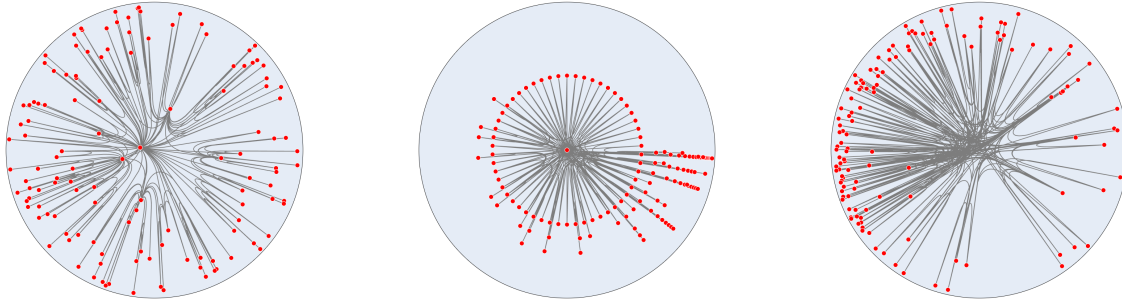
A releváns irodalmat böngészve két, a mohó útvonalkeresésekkel foglalkozó, publikációt találtam és ezek nem optimalizációs problémaként kezelték a hiperbolikus beágyazás elkészítését. Az egyikben a szerző megmutatta, hogy mindig elkészíthető olyan beágyazás, amelynél a  $GRS = 1$ , azaz minden mohó útvonal célt talál; ennek mohó beágyazás (Greedy embedding) a neve [2]. A másik pedig egy publikáció, melyben a szerzők erre a gondolatra építve megterveztek egy online mohó beágyazást, mely lehetővé teszi gráf-pontok és élek hozzáadását és elvételét, miközben a beágyazás megtartja a mohó útvonalak nagy arányú sikerességét [1].

A hiperbolikus térnek több különböző reprezentációját (Poincaré-korong, hiperboloid, natív korong) és azok kapcsolatát vizsgáltam. A GRS optimalizációjához a natív korongot választottam, az (1) ábrán is ebben a reprezentációban láthatóak a hálózatok.

Jelen formájában a GRS optimalizációja a következő Simulated Annealing algoritmussal történik:

1. Adott egy valós vagy szintetikus (PSO) skálamentes hálózat.
2. A kezdeti koordinátákat egy gyors, hiperbolikus, sztochasztikus beágyazás adja, mely során az élszámmal arányos radiális és egyenlő eloszlású véletlen szögkoordinátát kap minden gráf-pont.
3. Valamilyen logika szerint kiválasztásra kerül egy vagy több pontot.
4. A kiválasztott pontok koordinátái valamilyen módosításon esnek át.
5. A változtatás előtti és utáni GRS értékeket viszonya alapján a változtatás rögzül vagy elvetésre kerül.
6. Amennyiben még nem történt meg az előre meghatározott számú iteráció, vissza a 3. pontba.

A következő félévben az algoritmus teljes körű analízisét tervezem befejezni.



(a) Szintetikus PSO hálózat:  $GRS = 0.99$ .      (b) Mohó beagyazás:  $GRS = 1.0$ .      (c) Általam készített beagyazás:  $GRS = 0.75$ .

1. ábra. Három beagyazása ugyanannak a szintetikus hálózatnak. ( $N = 128$ )

## Tanulmányi tevékenység

A félév során a következő három tárgyat végeztem el:

- *Adatbányászat és gépi tanulás (FIZ/3/084),*
- *Adatmodellek és adatbázisok a tudományban (FIZ/3/086),*
- *Bioinspirált rendszerek (FIZ/3/003E).*

## Oktatási tevékenység

A félév során mérésvezetőként vettem részt a Modern fizika laboratórium (fizlab3f19la / ff1c4s13) lebonyolításában, ahol a *Spektrofotometria* mérésért voltam felelős.

## További szakmai tevékenység

A félév elején csatlakoztam egy, a *Semmelweis Egyetemmel (SE)* közös, projekthez a *Téma-területi Kiválósági Program (TKP)* keretében. A projekt elsődleges céljaként a gépi tanulás eszközeit felhasználva fejlesztünk módszereket orvosi problémák megoldásának automatizálására. A félév során egy már előrehaladott stádiumban lévő munkát vettem át, célként kitűzve ennek végleges formára hozását, hogy új, valós adatok feldolgozására képes legyen. Ez a program vastagbélrák (Colorectal Cancer) detektálását végzi emberi szövetminták szkennelt képei alapján.

## Hivatkozások

- [1] A. Cvetkovski and M. Crovella. Hyperbolic embedding and routing for dynamic graphs. In *IEEE INFOCOM 2009*, pages 1647–1655, 2009.

- [2] R. Kleinberg. Geographic routing using hyperbolic space. In *IEEE INFOCOM 2007 - 26th IEEE International Conference on Computer Communications*, pages 1902–1909, 2007.
- [3] Dmitri Krioukov, Fragkiskos Papadopoulos, Maksim Kitsak, Mariangeles Serrano, and Marian Boguna. Popularity versus similarity in growing networks. In *APS March Meeting Abstracts*, volume 2012 of *APS Meeting Abstracts*, page D54.009, February 2012.
- [4] Dmitri Krioukov, Fragkiskos Papadopoulos, Maksim Kitsak, Amin Vahdat, and Marián Boguñá. Hyperbolic geometry of complex networks. *Phys. Rev. E*, 82:036106, Sep 2010.