

# Féléves doktori beszámoló

ELTE TTK Fizikai Intézet - Fizika Doktori Iskola  
2019/2020 tanév, 1. félév

**Név:** Solymos Adrián

**Elérhetőség:** adrian.solymos@gmail.com

**Doktori program:** Statisztikus fizika, biológiai fizika és kvantumrendszerek fizikája

**Témavezető:** Dr. Zimborás Zoltán, Wigner FK

**A dolgozat várható címe:** Entanglement properties of mixed states

**Bevezetés:** A kutatásom témája a kvantum-információelmélet területére helyezhető, azon belül is kvantumállapotok összefonódottságával kapcsolatos, melyet matematikai fizikai módszerekkel vizsgálok. Az MSc diplomamunkám [1] során a Werner-állapotok [2] egy természetes általánosítását vizsgáltam egy  $\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2$  Hilbert-téren. Ezen  $\rho$  állapotok bizonyos szimmetriával rendelkeznek, pontosabban, az alábbi igaz rájuk:

$$[\rho, \Phi_1(g) \otimes \Phi_{1/2}(g)] = 0, \quad \forall g \in \text{SU}(2), \quad (1)$$

ahol  $\Phi_i$  az  $i$ -spinű irreducibilis, unitér ábrázolása  $\text{SU}(2)$ -nek. Ezen állapotok egyetlen paraméterrel jellemezhetőek.

Az összefonódás jellemzésére több különböző mérték is létezik. Ezek közül a dolgozatomban a megoszthatóságra [3] koncentráltam, mely a következőt jelenti: egy  $\rho$  kvantumállapot a  $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$  Hilbert-téren  $(k, l)$ -megosztható, amennyiben létezik  $\rho_{k,l}$  kvantumállapot a  $\mathcal{H}_A^{(1)} \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_A^{(k)} \otimes \mathcal{H}_B^{(1)} \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_B^{(l)}$  Hilbert-téren, melyre teljesül, hogy bármely  $\mathcal{H}_A^{(i)} \otimes \mathcal{H}_B^{(j)}$  párra megszorítva az állapotot, visszakapjuk az eredetit. Képletben:

$$\text{Tr}_{\mathcal{H}_A^{(p)}, \mathcal{H}_B^{(q)}} (\rho_{kl}) = \rho \quad \forall i \in \{1, \dots, k\}, \quad \forall j \in \{1, \dots, l\}. \quad (2)$$

Az, hogy egy állapot maximálisan mennyire megosztható jellemzi, hogy mennyire összefonódott. A nem-összefonódott állapotok végtelenszer megoszthatóak, míg a maximálisan összefonódottak egyáltalán nem. Az MSc diplomamunkámban explicit konstrukciót adtam a  $\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2$  Hilbert-téren lévő általánosított,  $\text{SU}(2)$  invariáns Werner-állapotok  $(1, 2)$  megosztott alakjára és megállapítottam ezen megoszthatóság feltételét. A problémafelvetést eredetileg Johnson és Viola tette 2013-ban. [4]

**Végzett kutatások:** A féléves kutatásom során az MSc diplomamunkámban felvetett kérdéskört vizsgáltam tovább annak általánosításában.

- Megállapítottam a  $\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2$  Hilbert-téren lévő  $\text{SU}(2)$  invariáns általánosított Werner-állapotok  $(k, l)$  megoszthatóságának feltételét.

- Az előző lépést általánosítva, megállapítottam a  $\mathbb{C}^n \otimes \mathbb{C}^2$  Hilbert-téren lévő  $SU(2)$  invariáns általánosított Werner-állapotok  $(k, l)$  megoszthatóságának feltételét.
- Következő természetes lépésként a  $\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^3$  Hilbert-téren lévő  $SU(2)$  invariáns általánosított Werner-állapotok  $(k, l)$  megoszthatóságának feltételeit próbálom megállapítani. Ezeket  $OO$ -állapotoknak is hívhatjuk, hiszen az  $SO(3)$  definiáló ábrázolására nézve invariánsak. Ezen állapotok abban különböznek az előző állapotcsaládoktól, hogy egy helyett két paraméter jellemzi őket. Ez nagyban megnehezíti az analízist, és valószínűsíthető, hogy általános számolás nem is végezhető rájuk, hiszen az előzőekhez képest más módszereket kell rájuk alkalmazni. Régóta ismert tény, hogy a paramétertér mely tartománya nem-összefonódott. Kutatásom során sikerült megállapítanom az  $(1, 2)$  megosztható állapotok tartományát.
- Ezek mellett közös munkánk a témavezetőnk másik doktoranduszával, Jakab Dáviddal, az általánosabb  $SU(n)$  eset vizsgálata. Ez jelenleg még kezdeti stádiumban van.

**Publikációk:** Ebben a félévben nem publikáltam, azonban a tervek szerint két hónapon belül összeáll egy publikáció, mely többek között a fenti eredményeket is tartalmazza majd.

**Tanulmányi tevékenységek:** A félév során egy kurzusra jártam:

- Mosonyi Milán: Bevezetés a kvantum-információelméletbe (BMETE92MM39/T0)

A BME-n lévő kurzus sokat segített abban, hogy biztos alapokra helyezzem az MSc diplomamunka kidolgozása során összeszedett tudásomat. Ezen beszámoló írásakor jegyet még nem szereztem a tárgyból, ez a beszámoló leadása utáni héten várható.

A hivatalos kurzus mellett a félév során a csoportelméleti és ábrázoláselméleti tudásomat mélyítettem, kiváltképp az  $U(n)$  és az  $SU(n)$  csoportokra nézve.

**Konferenciákon való részvétel:** Bár mindegyik a hivatalos félév kezdete előtt, vagy a félév elején zajlott, összesen három konferencián vettem részt az MSc tanulmányaim vége óta, melyeken a kutatásomat és az ELTE TTK-t képviseltem:

- International Conference of Physics Students 2019 - Köln, Németország:  
A minden évben megrendezett, fizikushallgatóknak szóló konferenciára 12 perces előadást vittem, melynek címe: "The monogamy of entanglement". Ebben az összefonódás és a megoszthatóság alapjairól beszéltem.
- Magyar Fizikus Vándorgyűlés 2019 - Sopron, Magyarország:  
A háromévente megszervezett hazai fizikusok és fizikatanárok találkozóján poszterrel szerepeltem, melynek címe: "Shareability of generalised Werner states". Ezen a  $\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2$  Hilbert-téren lévő  $SU(2)$  invariáns általánosított Werner-állapotok  $(k, l)$  megoszthatóságának feltételeit mutattam be.
- 5th International Conference for Young Quantum Information Scientists 2019 - Sopot, Lengyelország:  
A pályakezdő kutatók számára megrendezett konferencián megismerkedhettem a kutatási területem korombeli, nemzetközi művelőivel és a témáikkal. A konferencián poszterrel

szerepeltem, melynek címe: "Shareability of generalised Werner states". Ezen a poszteren azonban már a  $\mathbb{C}^n \otimes \mathbb{C}^2$  Hilbert-téren lévő  $SU(2)$  invariáns általánosított Werner-állapotok  $(k, l)$  megoszthatóságának feltételét mutattam be. Nagy örömmre szolgált, hogy kifejezetten nagy érdeklődést tapasztaltam a poszterem témája iránt és többekkel is felmerült a jövőbeli kollaboráció lehetősége.

**Szakmai, közéleti tevékenység:** Idén is részt vettem az ELTE fizika Kutatók Éjszakája rendezvény szervezésében, bár csupán csak támogatói szerepben és nem főszervezőként, hiszen az esemény alatt konferencián vettem részt.

Továbbá, Szigeti Balázssal közösen, a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete egyik eseményét szervezetem. A gólya Fizika BSc-sek számára állítottunk össze egy egész-estés fizikus kvízt.

**Elismerések:** Az International Conference of Physics Students 2019 diákkonferencián a közönségsvavazatok alapján megnyertem a legjobb előadónak járó díjat a doktori témám alapjairól szóló előadásomért.

**Köszönetnyilvánítás:** Szeretnék köszönetet nyilvánítani témavezetőmnek, Zimborás Zoltán-nak a kiváló témavezetői munkájáért, és a témavezetőm másik doktoranduszának, Jakab Dávid-nak a sikeres közös munkáért.

2020.01.24.

Solymos Adrián

## References

- [1] Adrian Solymos. Entanglement and shareability of generalized Werner states. Master's thesis, Eötvös Loránd University, 2019.
- [2] Reinhard F. Werner. Quantum states with Einstein-Podolsky-Rosen correlations admitting a hidden-variable model. *Physical Review A*, 40:4277–4281, 1989.
- [3] Andrew C Doherty. Entanglement and the shareability of quantum states. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 47:424004, 2014.
- [4] Peter Johnson and Lorenza Viola. Compatible quantum correlations: Extension problems for Werner and isotropic states. *Physical Review A*, 88, 2013.