1. félévi beszámoló

Vona István

(vona.istvan@wigner.mta.hu)

Részecskefizika és csillagászat PhD program

Témavezető: Bajnok Zoltán

Bevezetés: Integrálható kvantumtérelméletek véges térfogatban

A nagyenergiás fizikában előforduló kvantumtérelméleteket - ill. statisztikus térelméleteket - általában perturbatív módszerekkel, vagy numerikusan (rácsregularizációval, véges térfogatban) tudjuk megoldani. Az *integrálható* kvantumtérelméletek előnye, hogy a megoldásukat (S-mátrix ill. n-pont függvények) analitikus alakban is megkaphatjuk.

Egy térelmélet integrálhatóságához végtelen sok, a Lorentz-transzformációra nézve magasabb rangú tenzorként transzformálódó (ún. *magasabb spinű*), egymással kommutáló Noether-töltés létezése szükséges. Ennek következménye, hogy csupán 1+1 (idő és tér) dimenzióban létezik nemtriviális ilyen elmélet; másrészt a $2 \to 2$ részecske szórási amplitúdóból minden folyamat felépíthető. Ez utóbbit a *bootstrap* módszer segítségével egzakt módon meghatározhatjuk. Hasonlóan kapjuk az n-pont függvények spektrális sorainak építőköveit, vagyis a

$$\langle \theta'_M, \ldots, \theta'_1 | \hat{\mathcal{O}}(0,0) | \theta_1, \ldots, \theta_N \rangle$$

*form-faktor*okat. Itt $\hat{\mathcal{O}}(t,x)$ egy lokális operátor, ill. $|\theta_1, \ldots, \theta_N\rangle$ egy impulzus-sajátállapot a θ_j *rapiditás*-változókkal paraméterezve: $p^\mu = (E(\theta), p(\theta))$. Ezzel a kvantumtérelméletet megoldottnak tekinthetjük amennyiben a térdimenzió végtelen kiterjedésű. [1]

Véges térfogatban (tipikusan az elméletet egy tetszőleges L kerületű körön, periodikus határfeltétel mellett definiálva) a Hamilton-operátor spektruma diszkrét, a körön mozgó részecskék impulzusa kvantált. Az alapállapot (vákuum) energiája egzaktul kiszámítható a *termodinamikai Bethe-Ansatz (TBA)* módszerrel az ún. *tükör modell*ben.[2] A magasabb, gerjesztett energiaszintek az alapállapotra adódó eredményből analitikus elfolytatással nyerhetőek. Az energiákat

$$E_{n_1,\ldots,n_N}(L) = \sum_{j=1}^{N} E(\theta_j) - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\theta}{2\pi} E(\theta) \ln(1 + e^{-\epsilon(\theta)}) \tag{1}$$

alakban kapjuk, ahol az $\epsilon(\theta) \equiv \epsilon(\theta; L, \{\theta_j\}_{j=1}^N)$ függvény egy nemlineáris integrálegyenletet teljesít; a részecskék θ_j rapiditásai pedig a

$$\epsilon(\theta_j + \frac{i\pi}{2}) = i\pi(2n_j + 1), \; n_j \in \mathbb{Z}$$

egyenletrendszert oldják meg (impulzus-kvantálás).

A lokális operátorok mátrixelemeire a véges térfogati energia-sajátállapotok között (vagyis a véges térfogati form-faktorokra) még nem ismerjük az egzakt eredményt; kivéve a

$$_L\langle\theta_N, \dots, \theta_1|\hat{\mathcal{O}}(0,0)|\theta_1, \dots, \theta_N\rangle_L$$

típusú diagonális mátrixelemeket, amelyeket felírhatunk sor alakban az operátorok $_L\langle 0|\hat{\mathcal{O}}(0,0)|0\rangle_L$ véges-térfogati vákuum-várhatóértékére vonatkozó *Leclair-Mussardo formula* általánosításával [3].

Az általános, nem-diagonális esetben, elegendően nagy térfogat mellett a

$$_L\langle\theta'_M, \dots, \theta'_1|\hat{\mathcal{O}}(0,0)|\theta_1, \dots, \theta_N\rangle_L, \quad \{\theta'_i\}_{i=1}^M \neq \{\theta_j\}_{j=1}^N$$

form faktorok ismert módon közelíthetőek a végtelen térfogati megfelelőjükkel, ha az ún. *exponenciális térfogati korrekciókat* elhanyagoljuk.[4]

Előzmények

Az MSc diplomamunkámban a nem-diagonális form-faktorok vezető exponenciális korrekciójával foglalkoztam, mely először az [5] publikációban volt levezetve a $\langle 0|\hat{\mathcal{O}}(0,0)|\theta_1\rangle$ egy-részecske form-faktorra; majd a [6] cikkben heurisztikusan általánosítva több részecske esetére.

Ezt folytatandó, a kutatási tervemben egy, a Leclair-Mussardo formulával analóg, nem-diagonális form-faktorok egzakt véges-térfogati viselkedését leíró sor meghatározását tűztük ki célul.

Kutatási tevékenység

A félév során témavezetőmmel - kitekintésképpen - a magasabb spinű töltések áramainak egzakt véges térfogati diagonális form-faktorait számítottuk ki. Ez idő alatt hasznos módszereket tanultam a kutatásom főirányához kapcsolódóan.

A végtelen sok $\hat{Q}_s,\ s \in \mathbb{Z}$ magasabb spinű töltés (beleértve az energiát és az impulzust is) felveszi a sajátértékét a végtelen térfogati egyrészecske állapoton: $\hat{Q}_s|\theta\rangle = Q_s(\theta)|\theta\rangle$.

Az energiához hasonlóan ezen töltések vákuum-várhatóértéke is származtatható a TBA módszer módosításával. Ehhez az ún. *általánosított Gibbs-sokaság*-ot használhatjuk. A töltésekhez tartozó $\hat{q}_s(t,x)$ töltéssűrűségek, mint lokális operátorok várható értéke egyszerűen adódik $\hat{Q}_s$ várható értékéből: $_L\langle 0|\hat{Q}_s|0\rangle_L = L \cdot {}_L\langle 0|\hat{q}_s|0\rangle_L$; ebből pedig - a relativisztikus invarianciával érvelve - a $\hat{j}_s(t,x)$ áramsűrűségekre vonatkozó formulát is megkapjuk. Mindezen eredmények az *általánosított hidrodinamika* témakörén belül születtek. [7]

A [8]-ban kifejlesztett módszerrel [9]-ben tárgyalt módon a vákuum-várható értékekből megkaptuk a gerjesztett állapotokhoz tartozó várható értékeket (vagyis a $\hat{q}_s, \hat{j}_s$ diagonális form-faktorait $|\theta_1, \dots, \theta_N\rangle_L$ állapotok között).

A töltéssűrűség diagonális form faktorára egy (1)-el analóg (már ismert) eredményt kaptunk, amelyben $E(\theta)$ helyett $Q_s(\theta)$ jelenik meg. Az áramok várható értékére kapott új eredmény

$$ {}_L\langle\theta_N,\dots,\theta_1|\hat{j}_s|\theta_1,\dots,\theta_N\rangle_L = \sum_{k,l} (E')^{\mathrm{dr}}(\theta_k) G^{-1}_{kl} Q_s^{\mathrm{dr}}(\theta_l) + i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\theta}{2\pi} \frac{(p')^{\mathrm{dr}}(\theta)}{1+e^{\epsilon(\theta)}} Q_s(\theta+\frac{i\pi}{2}), \qquad (2) $$
$$ G_{kl} = -i\frac{\partial\epsilon(\theta_l+\frac{i\pi}{2})}{\partial\theta_k}. $$

Itt vessző a deriválást jelenti, $^{\mathrm{dr}}$ pedig a függvényeken ható ún. *dressing* operáció, amelyet a következő lineáris integrálegyenlet definiál:

$$ f^{\mathrm{dr}}(\theta) = f(\theta) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\theta'}{2\pi} \frac{\varphi(\theta-\theta')}{1+e^{\epsilon(\theta')}} f^{\mathrm{dr}}(\theta'), $$

ahol $\varphi(\theta)$ csupán a kétrészecske S-mátrixtól függ; G_{kl} pedig a *Gaudin-mátrix.*

A (2) formula egzakt, vagyis tartalmazza az összes véges-térfogati korrekciót a megmaradó *áramok* várható értékére egy több-részecske állapotban. Az exponenciális korrekciók elhagyásával megyegyezik a [10]-ben előzetesen levezetett eredménnyel, ill. a vezető exponenciális korrekcióig visszaadja a Leclair-Mussardo sor [3]-ban tárgyalt általánosítását is. Ezen számításokról publikáció készült, mely egyelőre preprint formájában érhető el.

A jövőben származtatni szeretném a nem-diagonális form-faktorok exponenciális véges-térfogati korrekcióit a kétpont-függvényből [5] és [11] alapján, amelyet a form-faktorok diagonális limeszének [12] segítségével esetleg össze tudok majd vetni a Lecleair-Mussardo sor [3]-beli általánosításával.

Publikációk

Témavezetőmmel egy arXiv preprint-et hoztunk nyilvánosságra „Exact finite volume expectation values of conserved currents”[9] címmel, melyet jelenleg még nem küldtünk be elbírálásra.

Tanulmányi tevékenység

A félév során az alábbi tárgyakat halgattam:

- FIZ/2/055E - Rácstérelmélet II. EA (jelenleg még nincs jegy)
- FIZ/2/084E - Integrálható térelméletek (jelenleg még nincs jegy)
- FIZ/2/020E:2 - Algebrai térelmélet I. EA (jelenleg még nincs jegy)

Oktatási tevékenység

A félév során a „Kvantummechanika A” gyakorlat egyik gyakorlatvezetője voltam, heti 1×2 órában.

Irodalomjegyzék

[1] G. Mussardo, *Statistical field theory: an introduction to exactly solved models in statistical physics.* Oxford University Press, 2010.

[2] S. J. van Tongeren, „Introduction to the thermodynamic Bethe ansatz," `arXiv:1606.02951 [hep-th]`. [J. Phys.A49,no.32,323005(2016)].

[3] B. Pozsgay, „Form factor approach to diagonal finite volume matrix elements in Integrable QFT," *JHEP* **07** (2013) 157, `arXiv:1305.3373 [hep-th]`.

[4] B. Pozsgay and G. Takacs, „Form-factors in finite volume I: Form-factor bootstrap and truncated conformal space," *Nucl. Phys.* **B788** (2008) 167–208, `arXiv:0706.1445 [hep-th]`.

[5] Z. Bajnok, J. Balog, M. Lájer, and C. Wu, „Field theoretical derivation of Lüscher's formula and calculation of finite volume form factors," *JHEP* **07** (2018) 174, `arXiv:1802.04021 [hep-th]`.

[6] Z. Bajnok, M. Lajer, B. Szepfalvi, and I. Vona, „Leading exponential finite size corrections for non-diagonal form factors," *JHEP* **07** (2019) 173, `arXiv:1904.00492 [hep-th]`.

[7] O. A. Castro-Alvaredo, B. Doyon, and T. Yoshimura, „Emergent hydrodynamics in integrable quantum systems out of equilibrium," *Phys. Rev.* **X6** no. 4, (2016) 041065, `arXiv:1605.07331 [cond-mat.stat-mech]`.

[8] Z. Bajnok and F. Smirnov, „Diagonal finite volume matrix elements in the sinh-Gordon model," *Nucl. Phys.* **B945** (2019) 114664, `arXiv:1903.06990 [hep-th]`.

[9] Z. Bajnok and I. Vona, „Exact finite volume expectation values of conserved currents," `arXiv:1911.08525 [hep-th]`.

[10] M. Borsi, B. Pozsgay, and L. Pristyák, „Current operators in bethe ansatz and generalized hydrodynamics: An exact quantum/classical correspondence," 2019.

[11] B. Pozsgay and I. M. Szécsényi, „LeClair-Mussardo series for two-point functions in Integrable QFT," *JHEP* **05** (2018) 170, `arXiv:1802.05890 [hep-th]`.

[12] Z. Bajnok and C. Wu, „Diagonal form factors from non-diagonal ones," `arXiv:1707.08027 [hep-th]`.