Féléves beszámoló - 2017 tavasz

Lájer Márton Kálmán

PhD I.

Témavezetők:

Bajnok Zoltán, MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont

Palla László, Eötvös Loránd Tudományegyetem

1 Kutatási tevékenység

A tavaszi félévben folytattam az előző félévi beszámolómban említett Neumann-együtthatók perturbatív meghatározásához szükséges eszközök kifejlesztését. A félév során véges térfogati formfaktorok perturbatív számítására helyeztem a hangsúlyt, mivel ez a probléma a saját jogán is érdekes.

Az 1+1 dimenziós integrálható kvantumtérelméletek véges térfogati formfaktorai a spektrális sor révén fontos építőkövei a véges térfogati korrelációs függvényeknek, melyek viszont az euklideszi elforgatás révén ekvivalensek a véges hőmérsékleti korrelációs függvényekkel. Számos, a valóságban létező szilárdtestfizikai rendszer alacsony energiás effektív elmélete 1+1 dimenziós integrálható kvantumtérelmélet, így ezek a véges hőmérsékleti korrelációs függvények kísérletekben ténylegesen kimérhetők [1]. Kutatócsoportunk egyik aktuális irányvonala a nem diagonális formfaktorok véges térfogati korrekcióinak meghatározása, ebbe a kutatásba kapcsolódtam be az alábbiakban ismertetett perturbatív számításokkal.

Amikor egy kvantumtérelméletet véges térfogatban vizsgálunk, akkor a rendszer Hamilton-operátorának spektruma diszkrét, így célravezető eszköznek tűnik a kvantummechanikai időfüggetlen perturbációszámítás használata. Ügyelni kell azonban arra, hogy míg a perturbatív számítást az aktuális véges térfogaton normálrendezett mezőkkel kifejezett Hamilton-operátorral kényelmes elvégezni, addig magát a fizikai rendszert úgy definiáljuk, hogy a normálrendezés nélküli operátorokkal kifejezett Hamilton-operátor alakja legyen ugyanaz minden térfogaton; ekkor tudjuk összevetni az eredményeket az irodalomban közölt végesméret-korrekciókkal. Ebből következik, hogy a véges térfogaton normálrendezett Hamilton-operátorban szereplő együtthatókat korrigálni kell, azonban szerencsére a korrekciók alakja expliciten felírható [2, 3, 4].

Véges térfogatban a formfaktorokra gondolhatunk úgy is, mint időfüggetlen operátorok mátrixelemeire a kölcsönható Hamilton-operátor sajátállapotai között. Ily módon a formfaktor perturbatív kifejtése visszavezethető a Hamilton-operátor sajátállapotainak perturbációszámítására, valamint a szóban forgó operátor szabad sajátállapotok közötti mátrixelemeinek meghatározására. Mivel kvantumtérelméletet vizsgálunk, így a szabad állapotok egy tömeges Fock-tér többrészecske-állapotai, a felmerülő mátrixelemek pedig keltő- és eltüntető operátorok algebrájával számíthatók ki. A számítás eredményét általában végtelen összeg formájában kapjuk meg (tipikusan többszörös összegek is megjelennek.)

A végesméret-korrekciók kinyeréséhez ezeket az összegeket a következő lépésben megfelelő alakú integrálokká kell alakítani. Ehhez célravezető módszernek bizonyult egy ismert kontúr-integrálos technika. A módszert követve definiálunk egy komplex függvényt, melynek pólusai az eredeti változó szummázandó értékeinél vannak, a reziduuma pedig minden ilyen pólusnál 1. Ezután a reziduum-tétel felhasználásával megadhatunk egy kontúrt, melyet integrálva épp az eredeti összeget kapjuk vissza. A pólusokkal definiált komplex függvénynek tipikusan máshol is vannak pólusai és vágásai, a kontúrt pedig deformálhatjuk úgy, hogy ezeket a vágásokat és további pólusokat vesszük körül. Az így kapott integrálokból leolvashatók a polinomiális és exponenciális végesméret-korrekciók is (a csatolás adott rendjében, de a véges térfogati kifejtés minden rendjét tartalmazzák.)

A fenti gondolatmenet alátámasztásához a félév elején először a

$$\left\langle 0 \middle| :\phi^2\left(0,0\right): \middle| p_1, p_2 \right\rangle$$

véges térfogati formfaktor vezető rendű perturbatív kifejtését végeztem el a sinh-Gordon modellben. A végtelen térfogati aszimptotika ellenőrzése után a polinomiális végesméret-korrekciókat vetettem össze Pozsgay és Takács polinomiális korrekciókra vonatkozó [5] egzakt jóslatának perturbatív kifejtésével, és teljes egyezést találtam.

Ezután kiszámoltam az egyrészecske-egyrészecske

$$\left\langle p_1 \middle| :\phi^2\left(0,0\right): \middle| p_1 \right\rangle$$

formfaktort szintén vezető rendben. Ez a mennyiség azért érdekes, mert a diagonális, vagyis $p_1 = p_2$ esetben a formfaktor exponenciális végesméret-korrekciói is ismertek [6]. Ezen eredmények összevetése jelenleg folyamatban van.

A félév második részében a módszert másodrendű korrekciók számítására alkalmaztam. A meghatározandó mennyiség ezúttal a

$$\left\langle 0 \left| \varphi \right| p \right\rangle$$

formfaktor volt. A másodrendű számolás jóval hosszabbnak bizonyult, eredményként pedig bonyolultabb dupla szummák jelentek meg. Ezek kezeléséhez szükség volt további tapasztalatok gyűjtésére. Ezért szintén kiszámoltam az álló részecske másodrendű tömegkorrekcióját véges térfogatban. Ez a mennyiség sinh-Gordon elméletben függetlenül kiszámítható a termodinamikai Bethe Ansatz segítségével [7, 8]. Az álló részecske tömegkorrekciójának időfüggetlen perturbációszámításos kezelésénél a form faktornál látottakhoz hasonló dupla szumma jelenik meg. Ezt a dupla szummát sikerült felírni egyszeres integrálok és explicit függvények összegeként, és az eredmény teljes egészében megegyezik a csoportunkban párhuzamosan, ettől független módszerrel kiszámolt perturbatív eredménnyel.

A formfaktorra vonatkozó számítás a dupla szummák integrálformulává alakításától eltekintve kész van. A szummák transzformációja várhatóan egy hét nagyságrendű időt fog igénybe venni. Ezt követően Csoportunk eredményeit numerikusan fogom ellenőrizni a rendelkezésre álló THSA programommal. Ezek az eredmények a közeljövőben publikálásra kerülnek.

A Neumann-együtthatókkal kapcsolatban elvégzendő perturbatív számítások technikailag nagymértékben hasonlítanak az előbbiekben ismertetett, formfaktorokra vonatkozó számításokra. A következő lépésben a módszert arra a Neumann-együtthatóra fogom alkalmazni, ami azt a konfigurációt írja le, amelyben sinh-Gordon háttéren az egyik húr világlepedőjén aszimptotikus időkre egy kétrészecske-állapot, a másik két húron pedig a sinh-Gordon alapállapot helyezkedik el. A perturbatív számítás eredménye dönthet két alternatív, a Neumann-együtthatóra kidolgozott formula között.

2 Oktatási tevékenység

A tavaszi félévben az osztatlan fizikatanár szakos hallgatóknak tartott “Elektromágnesség 2” gyakorlatot vezettem. Az erre való felkészüléshez szükséges idő annyiban volt több a szokásosnál, hogy a félév során leadandó anyagot is ki kellett dolgozni.

3 Tanulmányi tevékenység

A félév során három nemzetközi tavaszi iskola előadásait hallgattam meg.

2017. február 27. és március 3. között Gombor Tamással közösen vettem részt a "*Young Researchers Integrability School and Workshop 2017*" tavaszi iskolán.

2017. március 16. és 24. között az ICTP szervezésében, Triesztben megrendezett "*Spring School on Superstring Theory and Related Topics*" tavaszi iskolán vettem részt.

Március 27. és 31. között Firenzében vettem részt az "*AdS3: Theory and practice*" nevű tavaszi iskolán.

4 Konferencia részvétel

A "*Young Researchers Integrability School and Workshop 2017*" tavaszi iskolán megrendezésre került egy mini-konferencia, ahol az iskola résztvevői saját kutatási témáikat mutatták be 30 perces előadások keretében. Egy ilyen prezentációt magam is tartottam " Truncated Hilbert space approach to the 2d φ^4 theory " címmel. Az előadás fóliáit a szervezők elérhetővé tették az esemény honlapján.

5 Publikációk

Kutatócsoportunk véges térfogati formfaktorokkal kapcsolatos eredményei, melyekhez a fentiekben ismertetett részeredményekkel járulok hozzá, várhatóan az őszi félév elején érnek meg a publikálásra.
A Neumann-koefficienssel kapcsolatos számításaim remélhetőleg még az év vége előtt kerülnek nyilvánosságra egy másik cikk alkotóelemeként.

References

[1] F. H. L. Essler and R. M. Konik, “*Applications of Massive Integrable Quantum Field Theories to Problems in Condensed Matter Physics*”, I. Kogan Memorial Volume by World Scientific (2004) [arXiv:cond-mat/0412421]

[2] A. Coser, M. Beria, G. P. Brandino, R. M. Konik, and G. Mussardo, *“Truncated Conformal Space Approach for 2D Landau-Ginzburg Theories*”, J. Stat. Mech., 1412:P12010, 2014. [arXiv:1409.1494]

[3] S. Rychkov and L. G. Vitale., *“Hamiltonian truncation study of the φ^4 theory in two dimensions.*”, Phys. Rev., D91(8):085011, 2015 [arXiv:1412.3460]

[4] Z. Bajnok and M. Lájer, "Truncated Hilbert space approach to the 2d ϕ^4 theory", JHEP 1610 (2016) 050 [arXiv:1512.06901]

[5] B. Pozsgay, G. Takács, "*Form factors in finite volume I: form factor bootstrap and truncated conformal space*", Nucl.Phys.B788:167-208,2008 [arXiv:0706.1445]

[6] B. Pozsgay, "*Form factor approach to diagonal finite volume matrix elements in Integrable QFT*", J. High Energ. Phys. (2013) 2013: 157. [arXiv:1305.3373]

[7] Al. B. Zamolodchikov, "*On the Thermodynamic Bethe Ansatz Equation in Sinh-Gordon Model*", J.Phys. A39 (2006) 12863-12887 [arXiv:hep-th/0005181]

[8] J. Teschner, "On the spectrum of the Sinh-Gordon model in finite volume", Nucl.Phys.B799:403-429,2008 [arXiv:hep-th/0702214]