

Féléves beszámoló - 2017 ősz

Lájer Márton Kálmán

PhD II.

Témavezetők:

Bajnok Zoltán, MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont

Palla László, Eötvös Loránd Tudományegyetem

1 Kutatási tevékenység

Eddigi doktori tanulmányaim során végzett munkám egyik meghatározó motivációja a húrtérelméleti hárompont-függvényekhez kapcsolódó Neumann-együtthetők perturbatív számítása. Ebből a célból kidolgoztam egy időfüggetlen perturbációs számításon alapuló módszert, melynek segítségével a véges térfogati kvantumtérelméletek energiaszintjei és állapotvektorai közvetlenül kifejezhetők (a csatolási állandóban), miközben a térfogatfüggés egzakt marad. Ezt a módszert a tavaszi félévben több különböző mennyiségre (pl. egzakt egyrészecske-energia, φ^2 : kétrészecske-formfaktor polinomiális végesméret-korrekciói) sikeresen teszteltem a sinh-Gordon modellben. Ezt követően bekapcsolódtam kutatócsoportunk nem-diagonális formfaktorok Lüscher-korrekcióival kapcsolatos kutatásába.

Csoportunk kidolgozott egy módszert, amely egyszerre teszi lehetővé a gerjesztett állapotok energiáinak és a nemdiagonális formfaktorok Lüscher-korrekcióinak közvetlen számítását integrálható kvantumtérelméletekben. Az ötlet az, hogy első lépésben az euklideszi kétpontfüggvényt számítjuk ki a tóruszon, abban a határesetben, amikor az egyik sugár mérete végtelenhez tart. Ez a mennyiség egyszerre kapcsolható össze a véges hőmérsékletű és a véges térfogati kétpontfüggvénnyel, melynek pólusaiból és azok reziduumaiból leolvashatók a véges térfogati energiaszintek és formfaktorok. A módszer segítségével kiszámítottuk egy lokális operátor egyrészecske formfaktorát azon integrálható elméletekre, amelyek csak egyetlen tömeges gerjesztést tartalmaznak. Ezután az eredményt a sinh-Gordon modell mezőoperátorának formfaktorán teszteltük, összevetve azt a perturbációs számítással kapott eredménnyel.

A tavaszi féléves beszámolómmal megírási sikerült dupla szummák formájában felírnom a $\langle 0 | \varphi | p \rangle$ p impulzusú egyrészecske-formfaktor térfogat-egzakt perturbatív kifejtését a sinh-Gordon modell Lagrange-függvényében szereplő b^2 paraméterben másodrendig. Hátra volt még a Lüscher-korrekciók kinyerése a szummák integrállá alakításával. Az ehhez szükséges időt akkor egy hét nagyságrendűnek becsültem.

A fent említett dupla szummából az exponenciális korrekciók kinyerése a vártnál jóval bonyolultabbnak bizonyult. Az egyrészecske-energiában megjelenő

$$D_1(k_1, k_2) = \sum_{k_1, k_2} \frac{1}{\omega_{k_1} \omega_{k_2} \omega_{k_1+k_2-q}} \left(\frac{1}{\omega_{k_1} + \omega_{k_2} + \omega_{k_1+k_2-q} + \omega_q} + \frac{1}{\omega_{k_1} + \omega_{k_2} + \omega_{k_1+k_2-q} - \omega_q} \right)$$

dupla szumma (ahol $\omega_k = \sqrt{m^2 + k^2}$, $k = 2\pi n_k L^{-1}$) integrállá alakításához közvetlenül bevezetendő komplex függvény az egyik változó rögzítése után két pár vágást tartalmaz. A helyzetet bonyolítja, hogy bizonyos pólusok éppen a vágások alatt helyezkednek el. A szummákon elvégzett megfelelő azonos átalakítások segítségével azonban az integrál “mágikus” módon nem csupán faktorizálódik, hanem egyváltozós integrállá egyszerűsíthető. Az előzőtől első ránézésre alig különböző

$$D_2(k_1, k_2) = \sum_{k_1, k_2} \frac{1}{\omega_{k_1} \omega_{k_2} \omega_{k_1+k_2-q}} \left(\left(\frac{1}{\omega_{k_1} + \omega_{k_2} + \omega_{k_1+k_2-q} + \omega_q} \right)^2 - \left(\frac{1}{\omega_{k_1} + \omega_{k_2} + \omega_{k_1+k_2-q} - \omega_q} \right)^2 \right)$$

formfaktor-szumma azonban minden jel szerint nem faktorizálódik, ellenben a vágások alatt magasabb rendű pólusok helyezkednek el. Miután egy hosszas közvetlen számolás a pólusokból eredő divergenciák levonására a bonyolultsága miatt nem járt sikerrel, a nyár végén megtaláltam egy olyan azonos átalakítás-sorozatot, melynek segítségével szét tudtam bontani a problémát két olyan összeg kiértékelésére, amelyekhez tartozó komplex függvények már csak egy-egy pár vágást tartalmaztak, és a pólustartalmuk is könnyebben kezelhető lett. A vágásokra húzott kontúrokból származó integrálok a megfelelő hiperbolikus változótranszformáció után nem tartalmaznak gyökjelet. A (most már a vágások tetején elhelyezkedő) másod- illetve harmadrendű pólusok miatt azonban a négyből két integrál esetében különös figyelemmel kell megválasztani az integrálási kontúrt a pólusok közelében. Ily módon a teljes összeg (véges) értéke olyan tagokból áll elő, melyek a kontúr vágásokra húzása után egyenként szingulárisak.

Egy szembeszökően véges formula meghatározása a Lüscher korrekciókra nem egyszerű feladat. Én a következő eljárást követtem. Bevezettem egy a regulátort, amivel eltoltam az átfedő pólusokat a vágásokról. A kontúrt ezután húztam rá a vágásokra, melynek következtében a regulátor a reziduális tagokban és a vágásból származó kettős integrálban is megjelent. A kettős integrálban a szinguláris részek szisztematikus leválasztása után elvégezhető az $a \rightarrow 0$ határátmenet, és a nulladik és első Lüscher-korrekció esetében az egyik integrál elvégezhető. A szinguláris részekből az egyik integrálási kontúr eltolásával újabb reziduális tagok vonhatók le, az így kapott eltolt integrálok egyike a határátmenet után szintén analitikusan számítható. A reziduumból származó szinguláris integrálok hasonló szerkezetűek és aszimptotikus sorba fejthetők a regulátor szerint, de bizonyos regularizált integrálokat expliciten el kell végezni. Ezek az integrálok olyan hiányos elliptikus függvényekre vezetnek, melyek argumentumaiban meglehetősen bonyolultan szerepel az a regulátor. Ezeket azután még sorfejtteni kell a szerint, ügyelve arra is, hogy az integrálás kezdő- és végpontja az elliptikus függvény ugyanazon Riemann-levelén helyezkedjen el. Az elliptikus függvényt kellően magas rendig kifejtve, hosszas számolás után az összes divergens tag kiesik. A formfaktorra vonatkozó végeredmény teljesen megegyezik a csoportunkban más módszerrel számolt Lüscher-korrekció perturbatív kifejtésével.

A pozitív eredmény után reprodukáltam a kétpontfüggvényes módszer számításait is.

Ennek végeztével röviden visszatértem a Neumann-koefficiensek perturbatív számításának problémájához. A tavalyi első megközelítéshez képest tovább jutottam, de továbbra is problémát jelent, hogy olyan többszörös szummák jelennek meg a számításban, melyek az összegzési változók értékeinek különböző tartományaiban különböző alakú tagokat összegeznek fel. Ezért egyszerűbben számítható speciális eseteket kerestem. Egy ilyen könnyebben kezelhető eset, amikor két “nulla impulzusú” részecskét helyezünk el az egyik húrón. Ez egyből maga után vonta a kérdést, mi történik azokkal a véges térfogati Fock-állapotokkal a sinh-Gordon kölcsönhatás bekapcsolása után, melyek a szabad tömeges elméletben több azonos impulzusú részecskét írnak le. A perturbációs számításal való összevetés alapján kiderült, hogy az ezekhez az állapotokhoz tartozó energiaszintek nulla kvantálási számok beírásával kaphatók meg az aszimptotikus Bethe-ansatz egyenletekből. Ez nem

teljesen magától értetődő, hiszen a kölcsönható részecskék fermionként viselkednek. A paradoxon feloldása az, hogy bár a Bethe-Yang egyenletekbe nulla kvantálási számokat írunk be, a részecskék impulzusai b nagyságrendű korrekciókat kapnak, így valójában ezek az állapotok sem azonos kvantumállapotban levő részecskéket írnak le. Érdekesség, hogy kiderült, a Fock-állapotok degenerált impulzusú részecskéinek első impulzuskorrekciója a Hermite-polinomok gyökhelyeivel arányos.

Mindeközben az idei évben elnyertem egy ÚNKP pályázatot, amelynek keretében a csonkított Hilbert-tér módszert általánosítom. Az ezzel kapcsolatos eredményekről egy külön beszámoló készül majd a tavaszi félév végén.

2 Oktatási tevékenység

Az őszi félévben a fizika BSc harmadik évfolyamos hallgatóinak tartott "kvantummechanika A" gyakorlatot vezettem Kökényesi Zoltánnal.

3 Tanulmányi tevékenység

2018. január 7. és 13. között Gombor Tamással közösen vettem részt a "*Young Researchers Integrability School and Workshop 2018*" téli iskolán.

4 Konferencia részvétel

A "*Young Researchers Integrability School and Workshop 2018*" téli iskolán megrendezésre került egy poszter-szekció, ahol az iskola résztvevői saját kutatási témáikat mutatták be A0 formátumú poszteren. Egy ilyen posztert én is készítettem "Lüscher corrections for non-diagonal form factors in integrable QFTs" címmel.

5 Publikációk

Bajnok Zoltán témavezetőmmel közösen írt cikkünk a JHEP folyóiratban: [1].
Kutatócsoportunk véges térfogati formfaktorokkal kapcsolatos eredményei, melyekhez a fentiekben ismertetett részeredményekkel járulok hozzá, lényegében publikálásra készen állnak.

References

- [1] Z. Bajnok and M. Lájér, "Truncated Hilbert space approach to the 2d ϕ^4 theory", JHEP 1610 (2016) 050 [arXiv:1512.06901]