

1. félévi beszámoló

Kővári Emese (e.kovari@astro.elte.hu)

Részecskefizika és csillagászat PhD program

Témavezető: Dr. Sándor Zsolt Mózés

A dolgozat címe: Mean motion resonances and the role of chaotic phenomena in shaping the dynamical structure of planetary systems

Bevezetés

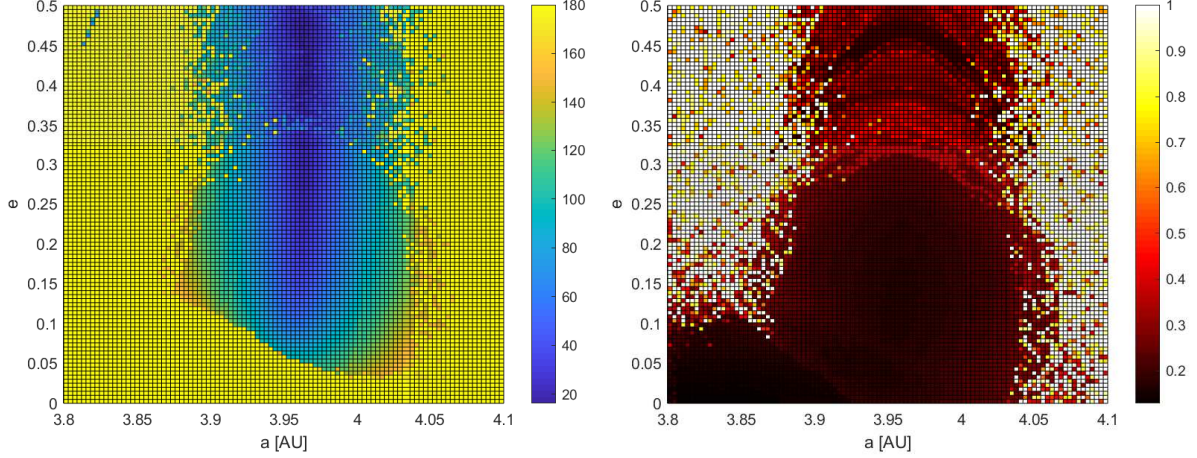
Bolygórendszerek dinamikájának vizsgálata az égi mechanika egyik igen izgalmas ága, a rendszer kialakulásának, dinamikai fejlődésének, hosszútávú stabilitásának megértéséhez vezet el. A Naprendszer bár kétségtelenül a legjobban ismert bolygórendszer, mégis bőven akadnak még megoldatlan kérdések, az exobolygó-rendszerek pedig megválaszolásra váró problémák sokaságát nyújtják, melyek egy része értelmezhető naprendszerbeli példák analógiájaként, más részük azonban sokszor merőben új megközelítéseket, ötleteket igényel.

Egy rendszer dinamikájának meghatározó szereplői az ún. középmozgás- és szekuláris rezonanciák, melyek a résztvevő égitestek pályamenti helyzetei, illetve pályái között állnak fenn. Nem ritka a kétféle rezonancia-típus együttes jelenléte sem: ezek fázistérbeli átfedése gyakran eredményez kaotikus viselkedést (Wisdom, 1980). Doktori témám közép-pontjában ezen kaotikus dinamika feltérképezése áll. A káosz megléte vagy annak hiánya különféle indikátorokkal (MEGNO, RLI, stb.) ellenőrizhető, majd a dinamika mélyebb mozgatórugóinak feltárása következhet: milyen esetben kerülhető el a káosz; rezonanciák kölcsönhatása mindig instabil dinamikát eredményez-e; „stabil” vagy „instabil” káoszról beszélünk-e; milyen szerep jut a kaotikus diffúciónak, ennek mérőszámai.

Az aktuális félévben elvégzett kutatások ismertetése

Első félévi munkámat a naprendszerbeli kisbolygóövben található Hilda-család tanulmányozásával kezdtem. A Jupiterrel 3/2-es középmozgás-rezonanciában álló aszteroidák rezonáns félnagy tengelye $a \sim 3.96$ AU, excentricitásuk $e \sim 0.1 - 0.3$. Morbidelli és Moons (1993) foglalkozott behatóbban az égitestcsoport dinamikájával, és állapította meg, hogy fázistérbeli pozíciójuk bár közeli a ν_5 és ν_6 szekuláris rezonanciák átfedéséhez társított kaotikus tartományhoz, excentricitásuk kellően kicsi ahhoz, hogy elkerüljék az instabil viselkedést (lásd: Morbidelli és Moons (1993), 10. ábra).

A kutatómunka első lépésében a Hildák dinamikai térképét készítettem el (ez a 6-dimenziós fázistér egy 2-dimenziós altere, nevezetesen az $a - e$ sík). Ehhez a témavezetőmtől kapott, Burlish–Stoer-integrátort alkalmazó C programot módosítottam a célnak megfelelően. Az $a - e$ sík határait a következőképpen adtam meg: $a_{\min} = 3.8$ AU, $a_{\max} = 4.1$ AU, $e_{\min} = 0$, $e_{\max} = 0.5$, ezen belül pedig egy 100×100 -as gridet definiáltam, melynek minden egyes cellája egy-egy kezdeti feltételt reprezentál (a további 4 kezdeti pályaelemnek a névadó (153) Hilda közepes pályaelemét használtam). A teljes integrá-



1. ábra. A Hilda-csoport dinamikai térképe. Bal oldal: az ábrázolt mennyiség a rezonancia-változó maximális amplitúdója. Jobb oldal: az excentricitás-variáció mint káoszindikátor.

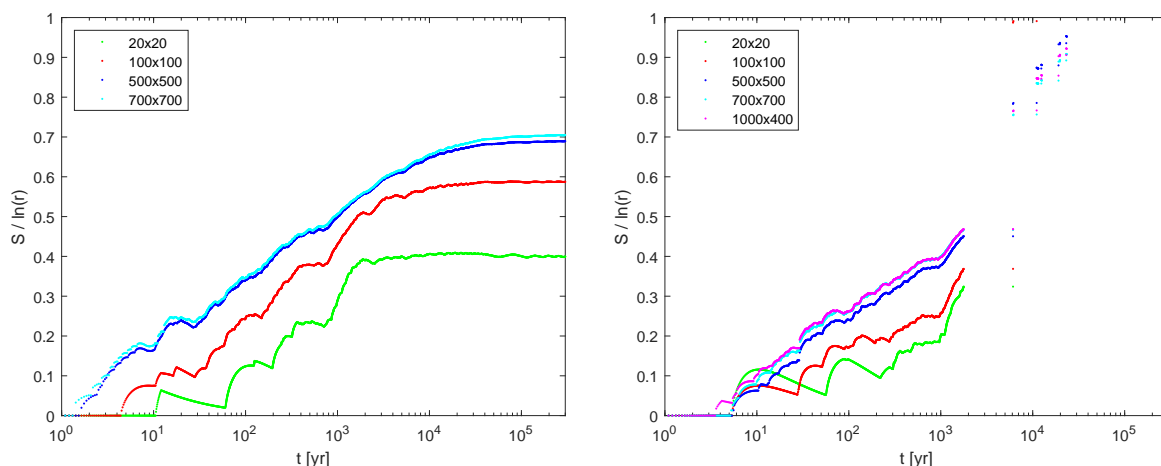
ciós idő 10^5 év volt, mely alatt egyrészt számítottam a $\Theta = (p + q)\lambda_{\text{Jup}} - p\lambda_{\text{Ast}} - q\tilde{\omega}_{\text{Ast}}$ ($p = 2$, $q = 1$ relatív prímek, λ közepes pályamenti hosszúság, $\tilde{\omega}$ perihélium-hosszúság) rezonanciaváltozó amplitúdóját a rezonancia azonosításához, másrészt a $\Delta e = e_{\text{max}} - e_{\text{min}}$ excentricitás-variációt mint káoszindikátort (Nagy és mtsai., 2006). Az eredményeket az 1. ábra mutatja. A bal oldalon ábrázolt rezonancia-változó amplitúdók szépen kirajzolják ~ 3.96 AU-nál a $3/2$ -es közepmozgás-rezonanciát, a jobb oldali panelen pedig a rezonancia V alakot formázó két szeparátrixága figyelhető meg, illetve nagyobb excentricitás-értékeknél fordított V alakokban a szekuláris rezonanciák szeparátrixái rajzolódnak ki. Ebben a tartományban várható hosszútávon káosz.

A kaotikus tartományok „klasszikus” módszerrel történő azonosítását követően az ún. Shannon-entrópiával (lásd például: Cincotta és Giordano (2012); Giordano és Cincotta (2018)) kezdtem foglalkozni, mely mennyiség égi mechnanikai alkalmazása viszonylag újkeletű (Beaugé és Cincotta, 2019). Az entrópia számításához ismét létre kell hozni egy gridet az $a - e$ síkon $r = r_a \times r_e$ cellaszámmal. Ekkor a definíció:

$$S(\gamma, N) = \ln N - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^r n_k \ln(n_k), \quad (1)$$

ahol $N \equiv t/h$ egy adott γ trajektória pályapontjainak száma t idő után h időbeli lépésköz mellett, n_k pedig az a szám, ahányszor γ a felosztás k -edik cellájába esett. A Hildák esetében a következő grid-paramétereket használtam: $a_0 = 3.9946$ AU és $e_0 = 0.1379$ (a névadó (153) Hildára vonatkozó) közepes félnagy tengely és excentricitás mellett a grid határait az $a_{\text{min}} = a_0 - \delta_a$, $a_{\text{max}} = a_0 + \delta_a$, $e_{\text{min}} = 0.0$ és $e_{\text{max}} = e_0 - \delta_e$ mennyiségekkel adtam meg, ahol $\delta_a = 0.1a_0$, $\delta_e = 3.0e_0$.

Az eredményeket a 2. ábra mutatja, a teljes integrációs idő $3 \cdot 10^5$ év. Bal oldalon a (153) Hildára vonatkozó kezdeti feltételekkel számított entrópiát látjuk, illetve annak grid-felbontástól való függését (a h időbeli lépésköz változtatása nem eredményezett ér-



2. ábra. 1-re normált Shannon-entrópia különböző grid-felbontásokra, összesen $3 \cdot 10^5$ év integrációs időre. Bal oldal: a reguláris mozgású (153) Hilda esetében számolt entrópia, jobb oldal: egy fiktív kezdeti feltételekkel megadott, kaotikus mozgású aszteroida esetében számolt entrópia (a görbék azon pontokban szakadnak, melyekben a trajektória elhagyta az előre definiált grid határait).

demi különbséget), jobb oldalon pedig az 1. ábra egy kaotikus pontjából mint kezdeti feltételből indított számítást. A különbség szembeűnő: míg a reguláris dinamikájú (153) Hilda esetében az entrópia már $\sim 10^4$ év alatt körülbelül konstans, a maximális 1-nél kisebb értékre áll be, addig a jobb oldali fiktív égitest entrópiája végig növekvő tendenciát mutat, és már néhány 10^4 év után megközelíti az 1-et. (A maximális 1 a teljesen rendezetlen mozgásnak felel meg.)

A Shannon-entrópia idő szerinti átlagos deriváltja Beaugé és Cincotta (2019) szerint a kaotikus diffúzió együtthatóját adja meg, melynek inverze a szökési idő. Ezen megfontolással tehát a fenti mennyiség kitűnő eszköze dinamikai vizsgálatoknak. És míg a klasszikus káoszindikátorok elsősorban a fázistér nagyskálájú feltérképezésére hivatottak és használatukkor elengedhetetlen a sokaságok használata, addig a Shannon-entrópia esetében kis számú kezdeti feltétel is elegendő ahhoz, hogy a fázistér finomszerkezetét megismerjük.

A következő félévben rezonáns exobolygó-rendszerre szeretném alkalmazni a Naprendszerben tesztelt számításokat, hogy a szekuláris és középmozgás-rezonanciák együttes jelenlétének implikációjáról tehessek megállapítást.

Tanulmányi tevékenység az aktuális félévben

A félévben az *Infrared Astronomy EA* (FIZ/2/040E) és *Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek II* (MAT/394E) kurzusokat vettem fel.

Oktatási tevékenység az aktuális félévben

A félév során oktatott tárgyak: *Mérések és megfigyelések* (ft2mermeg0g17ga) csillagász gyakorlati része, illetve *Mentoráció (földtudomány)* (mentoraciog19ka) csillagászat része.

Elismerések

A 2019/2020-as tanévre ÚNKP-ösztöndíjat nyertem.

Egyéb

December 4. és 16. között szakmai úton vettem részt a wuppertali egyetemen egy DAAD-projekt keretében, ahol dec. 12-én szemináriumi előadást tartottam "Central configurations of four bodies with an axis of symmetry" címmel.

Hivatkozások

- Beaugé, C., Cincotta, P. M.: Shannon entropy applied to the planar restricted three-body problem, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, **131**, 52 (2019)
- Cincotta, P. M., Giordano, C. M.: Chaotic Diffusion in Multidimensional Conservative Maps, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **22**, 1250237 (2012)
- Giordano, C. M., Cincotta, P. M.: The Shannon entropy as a measure of diffusion in multidimensional dynamical systems, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, **130**, 35 (2018)
- Morbidelli, A., Moons, M.: Secular resonances in mean motion commensurabilities: The 2/1 and 3/2 cases, *Icarus*, **102**, 316 – 332 (1993)
- Nagy, I., Süli, Á., Érdi, B.: A stability study of Pluto's moon system, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **370**, L19–L23 (2006)
- Wisdom, J.: The resonance overlap criterion and the onset of stochastic behavior in the restricted three-body problem, *The Astronomical Journal*, **85**, 1122–1133 (1980)