4. FÉLÉVI BESZÁMOLÓ

Kvantumszámítógépek és kvantum gépi tanulás alkalmazása a pénzügyi modellezésben

Udvarnoki Zoltán András
(zoltan.andras.udvarnoki@ttk.elte.hu)
Statisztikus Fizika, Biológiai Fizika és Kvantumrendszrek Fizikája PhD program

Témavezető: Vattay Gábor*, Fáth Gábor†

2021.05.31.

1. Kutatási tevékenység

Doktori kutatásom célja kvantumszámítógépek alkalmazási lehetőségeinek felmérése a pénzügyi modellezés területén.

Az egyik ígéretes irány a Monte-Carlo-módszer $\mathcal{O}\left(\frac{1}{N}\right)$-es skálázódásának kihasználása, amely a klasszikus változathoz képest négyzetes gyorsulást ígér. Ennek konkrét alkalmazása például a pénzügyi opciók árazásában lehet, amelyet részletesebben is megvizsgáltunk. A valós kvantumfölény elérésére azonban ezen a területen még várnunk kell.

Egy másik megközelítés a kvantum gépi tanulási módszerek alkalmazása regressziós feladatokra vagy generatív modellezésre. Külön figyelmet érdemelnek a hibrid kvantum-klasszikus modellek, melyek közeli alkalmazhatóság ígéretével is kecsegtetnek. Ennek reményében elkezdtünk ezzel a területtel is foglalkozni.

---

*Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest
†Morgan Stanley, Budapest

1.1. 1-3. félév

Az adott témában a kutatást csak a 3. félév második felében kezdtem meg. Ebben a félévben az IBM Qiskit kvantumszámítógépes alkalmazásfejlesztési csomaggal, valamint a IBM Quantum Experience (IBM Quantum Lab) online kvantumszámítógépes platformmal ismerkedtem meg. Segítségükkel pénzügyi opcióárazásra alkalmas algoritmust implementáltam, melyet további munkáimban felhasználtam.

1.2. Aktuális félév

1.2.1. Opcióárazás

Miután elvégeztem az európai opció árazását végző kvantumalgoritmus implementálását [1] alapján, kis módosításokat is tettem, amelyek érintették az opcióárazás alapját képező lognormális eloszlás diszkretizációját[1]. A diszkrét eloszlást az általánosan használttól eltérően nem az átlagtól mért bizonyos szélességű ablakban vettem, hanem - mivel az eloszlás negatív értéket nem vehet fel - az emiatt "felszabaduló" diszkrét osztályokat (bineket) a nagyobb értékek valószínűségének tárolására használtam fel.

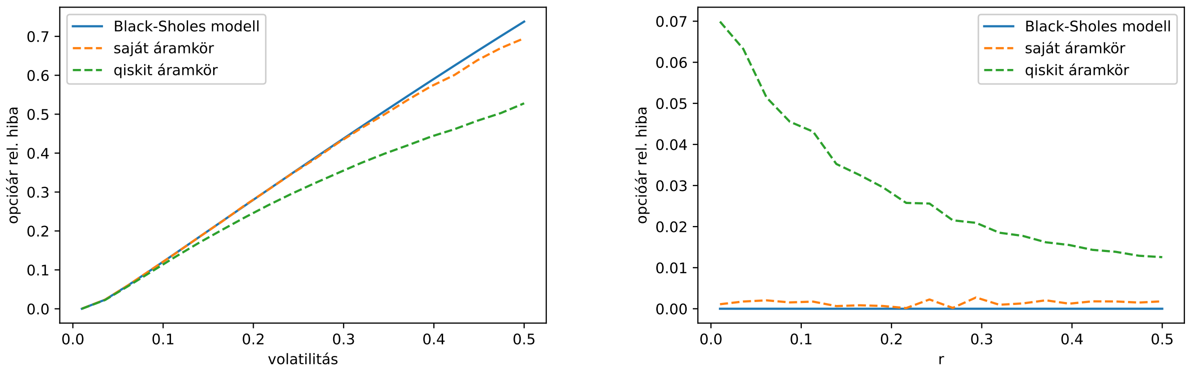
Ezzel sikerült elérnem, hogy a paraméterek extrémebb értékeinél - nagy szórás, kis várható érték - az algoritmus pontosabban működjön. Az 1 ábrán láthatjuk a javulást a Qiskit beépített opcióárazási implementációjához képest, amely a cikkben leírt módon kódolja az eloszlást.

1.2.2. Kvantumtérfogat mérése

A kvantumtérfogat alapvetően egy kvantumszámítógép teljesítményét hivatott mérni [2]. Általában a kvantum hardverfejlesztő cégek a jövőbeni célkitűzéseiket is ebben a mértékben szokták megadni, a qubitek számán kívül. Önmagában azonban ez nem túl hasznos, amíg nem tudunk hozzá elérhető alkalmazási lehetőséget társítani, tehát megmondani, hogy adott kvantumtérfogat milyen algoritmus, áramkör futtatásához elegendő, vagy fordítva, adott algoritmus futtatásához mekkora kvantumtérfogat szükséges. Egyik célkitűzésünk az volt, hogy erre valamilyen választ adjunk, főleg a pénzügyi opcióárazás területén.

[3] becslése alapján 8000 logikai qubit és 54 millió T-kapu mélységű áramkör szükséges az opcióárazásban megfelelő pontosság eléréséhez, ezt azonban nehéz kvantumtérfogatra váltani. Egy kézenfekvő és egyszerű módszert találtunk ki, amellyel jó becslést adhatunk a kérdésre.

[1]Az opcióárazás első lépése egy hisztogram kódolása az állapotok amplitúdójába.



(a) (b)

1. ábra. A beépített és a saját kvantumalgoritmus által számolt opcióár összehasonlítása a Black-Sholes modellből számolt analitikus eredménnyel. Az (a). ábrán a volatilitás függvényében látható az opcióár, míg a (b) ábrán a kockázatmentes kamatláb (r) különböző értékeinél a számolt és szimulált értékek eltérése látható az analitikus ártól.

A módszer alapja, hogy egy zajos kvantumszimulációt végzünk, és a zajt változtatva mérjük mind az áramkör pontosságát, mind a kvantumtérfogatot. Így össze tudjuk kapcsolni a kvantumtérfogatot a kvantumáramkör pontosságával a változtatható zajon keresztül. Egy limitáció, hogy csak szimulálható méretű kvantumáramkörökre működik, de ez igaz magára a kvantumtérfogat mennyiségre is, hiszen az is szimuláció alapú.

A zaj modelljének pontos beállítása is érdekes kérdés, hiszen tudjuk, hogy a különböző műveletek eltérő hibarátával rendelkeznek, amelyekre több külön paraméter is bevezethető. A módszer pontosabb kidolgozását még nem végeztük el, főleg a kvantumtérfogat zajjal terhelt számításának nagy gépigénye miatt, valamint az eljárás validációja is megtehető valódi kvantumszámítógépek segítségével. Ezek megvalósítása tervben van.

Egy egyszerű depolarizációs hibával végeztem tesztet, amelyben a két-kapu hiba mindig az egy-kapu hiba 20-szorosa, a feladat egy egyszerű európai opció árazása volt. Ez a példa messze alulbecsül a hibát, mivel csak az eloszlás és a kifizetési függvény kódolását végzi el a mért áramkör, a legköltségesebb részt a Monte-Carlo módszernek megfelelő amplitúdó meghatározást (Amplitude Estimation [4]) nem. Azonban az így is egyértelműen megállapítható, hogy ennek az analitikusan is könnyen megoldható problémának a kvantumos megvalósítása a jelenleg elérhetőnél messze nagyobb kvantumtérfogatot igényel.

1.2.3. Spin-láncok vizsgálata generatív modellezés céljából

A kvantum gépi tanulás egyik alkalmazási lehetősége a generatív modellezés. A pénzügyi modellezésben hasznos lehet például szintetikus adathalmazok, idősorok generálása. Jelenlegi állapotukban a kvantumszámítógépek nyilvánvalóan csak olyan adatok generálására lehetnek előnnyel alkalmazhatók, amelyek a kvantumos összefonódáshoz hasonló korrelációkat inherensen tartalmaznak. Ötletünk frakcionális Brown-mozgás, vagyis különböző

$$H = \frac{\log X(at) - \log X(t)}{\log(a)} \tag{1}$$

Hurst exponenssel rendelkező idősorok ($X(t)$) generálása. Ez a feladat klasszikusan viszonylag nehéz, pénzügyben pedig sztochasztikus volatilitás modellekben használnak ilyen idősorokat, de bizonyos korlátok között akár közvetlenül az árfolyam leírásában is megjelenhetnek.

Ezen az úton elindulva, témavezetőm korábbi munkájára alapozva jött az ötlet, hogy spinláncok viselkedésében keressük az ilyen nem-triviális viselkedést. A modell melyet vizsgáltunk a következő Hamilton operátor által definiált Heisenberg XXZ-model, $\frac{1}{2}$ spinnel :

$$H = \sum_{j=1}^{L} \left[J \left(S_j^x S_{j+1}^x + S_j^y S_{j+1}^y \right) + \Delta S_j^z S_{j+1}^z \right], \tag{2}$$

J csatolási paraméterrel, Δ anizotrópiával. L a spinlánc hossza, S_j^a pedig a lánc j. elemén ható a irányú spinoperátor.

A számunkra érdekes mennyiség, amelyben a fent említett viselkedést várjuk, a doménméret függvényében mért doménmágnesezettség. Szemléletesen ez egy olyan folyamatnak felel meg, melyben a spinek adják az idősor differenciálját, vagyis a lépés nagyságát (mely természetesen $\frac{1}{2}$) és irányát ($+/-$), a mágnesezettség pedig ennek kumulatív összege, maga az idősor. A mágnesezettség mérhető x vagy z irányban, illetve uniform (m_u) vagy alternáló (m_a) változatban is:

$$m_u(l) = \sum_{k=1}^{l} S_k \qquad m_a(l) = \sum_{k=1}^{l} (-1)^k S_k \tag{3}$$

A mágnesezettség meghatározásához a 2 egyenlet szerinti Hamilton operátort diagonalizáltam, és az alapállapotban a mágnesezettség varianciáját a spinlánc méretének függvényében kiszámítottam. A spinláncok maximális mérete a diagonalizáció korlátai miatt 20-24 spin hosszú volt. Az így kapott görbének a hatványfüggvényszerű viselkedése jelezné a Hurst exponens jelenlétét, az exponensből H értéke visszakapható:

$$\sigma_m^2(l) \propto l^{2H} \tag{4}$$

Eredményeink a mágnesezettség több irány-változat kombinációjára valóban a fent említett hatványfüggvény-szerű viselkedést mutatnak. Jelenleg az elméleti eredmények [5], [6] alapján próbáljuk ezen megfigyeléseket értelmezni, validálni.

2. Publikációk

A spin-láncokkal kapcsolatos eredményekről egy publikáció megírását tervezzük. Jelenleg a cikk előkészületi fázisban van, a szimulációs eredmények értelmezését végezzük.

3. Tanulmányi tevékenység

A félév során az alábbi kurzust végeztem el:

- Nyitott kvantumrendszerek elméletei FIZ/3/066E (még nem értékelt)

4. Konferenciák

Részt vettem az IBM Quantum Challenge 2021 problémamegoldó versenyen május 20 és 26 között, melyen sikerült maximális pontszámot elérnem. Emelett a témában megrendezett nagyon sok workshop és szeminárium közül néhányon hallgatóként részt vettem, pl.: IBM QC Bootcamp, QHack 2021, Quantum Colloquium (Simons Institute, Berkeley), Quantum Machine Learning tutorial (CERN).

A jövőben több nemzetközi konferencián tervezek részt venni, lehetőség szerint előadóként is, egyelőre nagy részükről nincs még bővebb információm. Ezek közül néhány érdeklődés mértékének sorrendjében:

- Quantum Computing in Finance Conference (még nincs meghirdetve)
- Qiskit Global Summer School 2021 (virtuális, 2021.07.12-23.)
- Qubits 2021 (virtuális, 2021.10.5-7.)
- Q2B (még nincs meghirdetve)
- International Conference on Applications of Quantum Technologies (Düsseldorf, 2021.09.13-15.)
- Quantum Techniques in Machine Learning 2021 (virtuális, 2021.11.9-12)
- The Quantum Computing Summit (London, 2021.09.22-23.)
- Google Quantum Summer Symposium 2021 (virtuális, 2021.07.21-22.)

- IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering - QCE21 (virtuális, 2021.10.18-22.)
- QCMC 2022 – International Conference on Quantum Communication, Measurement and Computing (Lisszabon, 2022.07.11-15)

5. Egyéb

5.1. Oktatási tevékenység

Ebben a félévben 2 tárgy oktatója voltam:

- A fizika numerikus módszerei 2 (fiznum2f19la): Fizika BSc 4. féléves kurzus, heti 2x2 óra gyakorlat

- Deep learning és gépi tanulás a tudományokban (deeplea17em, FIZ/3/089): 2x2 óra előadás a félév során.

5.2. Ösztöndíjak

A Kooperatív Doktori Program Doktori Hallgatói Ösztöndíj (KDP-2020) pályázatán „Kvantumszámítógépek és kvantum gépi tanulás alkalmazása a pénzügyi modellezésben" című pályázattal támogatást nyertem a doktori kutatásom végzéséhez.

Hivatkozások

[1] Nikitas Stamatopoulos, Daniel J. Egger, Yue Sun, Christa Zoufal, Raban Iten, Ning Shen, and Stefan Woerner. Option pricing using quantum computers. *Quantum*, 4, 2020.

[2] Andrew W. Cross, Lev S. Bishop, Sarah Sheldon, Paul D. Nation, and Jay M. Gambetta. Validating quantum computers using randomized model circuits. *Physical Review A*, 100(3):032328, sep 2019.

[3] Shouvanik Chakrabarti, Rajiv Krishnakumar, Guglielmo Mazzola, Nikitas Stamatopoulos, Stefan Woerner, and William J. Zeng. A Threshold for Quantum Advantage in Derivative Pricing. pages 1–36, 2020.

[4] Dmitry Grinko, Julien Gacon, Christa Zoufal, and Stefan Woerner. Iterative quantum amplitude estimation. *npj Quantum Information*, 7(1):1–13, 2021.

[5] Mario Collura, Fabian H.L. Essler, and Stefan Groha. Full counting statistics in the spin-1/2 Heisenberg XXZ chain. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 50(41):1–23, 2017.

[6] Ian Affleck. Exact correlation amplitude for the S = 1/2 Heisenberg antiferromagnetic chain. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 31(20):4573–4581, 1998.