4. félévi beszámoló
név: Szombati Edit (e-mail: edith.szombati@gmail.com)
PhD program: ELTE, Fizika Doktori Iskola, Fizika Tanítása program
Témavezető: Szabó György, MTA doktora
A dolgozat címe: A potenciáljátékok és a fizika kapcsolata

BEVEZETÉS

A játékelméletet a születése óta eltelt közel száz év alatt széleskörű alkalmazásra tett szert. Egy olyan matematika modellrendszerről beszélünk, amely széles körben alkalmazható a közgazdaságtan a társadalom- a biológia tudományokon keresztül minden olyan területen, ahol két- vagy többszereplős konfliktus helyezetek megoldása a cél. A magyarországi középiskolai oktatásban méltatlanul elhanyagolt szerep jut ennek a tudományágnak. Az elmúlt 30 évben nem jelent meg olyan, a középiskolai oktatásba integrálható könyv, amely közérthetően, olvasmányosan, de mégis tudományos igényességgel dolgozza fel a témát. A kutatás célja az alábbi felvetések tisztázása:
(1) Hogyan illeszthető be a játékelmélet tanítása a középiskolai oktatásba.
(2) A játékelmélet fogalomkörébe újonnan beépült, szemléletes módszerek alkalmazásának lehetőségeinek feltárása, mint például dinamikai- és folyamgráf.
(3) A fizikai rendszerekhez kapcsolódó potenciáljátékok tanulmányozásának lehetőségei
(4) A játékelmélet egyéb tudományágakban való megjelenése.

AZ ELŐZŐ HÁROM FÉLÉVBEN ELÉRT KUTATÁSI EREDMÉNYEK ÖSSZEGZÉSE

(1) A magyar nyelvű, játékelmélet tanításával foglalkozó szakirodalom áttanulmányozása, amely magába foglalta az ismeretterjesztő könyveket, a tanárok, illetve a középiskolás korosztályú diákok számára megjelent szakkönyveket, végül az egyetemi jegyzeteket.

J. D. Williams: Játékelmélet (Műszaki Könyvkiadó, 1972)
Radnai Gyuláné Szendrei Julianna: A Játék Matematikája (Tankönyvkiadó, 1987)
Csákány Béla: Diszkrét Matematikai Játékok (Polygon, 1998)
Dr. Filep László: Játékelmélet (Tankönyvkiadó, 1985)
Forgó Ferenc, Pintér Miklós, Simonovits András, Solymosi Tamás: Játékelmélet (elektronikus jegyzet, 2005)
Tóth János: Játékelméleti Dilemmák Társadalomfilozófiai Alkalmazásokkal (Jatepress, 2010)
Végh László, Papp Júlia: Játékelmélet jegyzet (elektronikus jegyzet, 2013)

(2) Az elmúlt négy félév alatt folyamatosan dolgoztam egy oktatási anyagon, amely jelenleg 54 oldalas. A jegyzetben egyszerű játékokon keresztül mutatom be a játékelmélet alapfogalmait az alábbi felépítésben:

1. Játékok és stratégiák
    1.1 bachet játék
    1.2 wythoff-nim játék
2. Játékok rendszerezése
3. Izomorf játékok
4. Stratégiai játékok
    4.1 Kifizetési mátrix

4.2 Zérusösszegű játékok
5. Nyeregpont
6. 2x2 játékok megoldása
    6.1 Tiszta stratégia
    6.2 Kevert stratégia
7. Nash egyensúly fogalma
8. Mátrixjátékok megoldásának módszerei
    8.1 2xn-e játékok
        8.1.1 Nyeregpontok
        8.1.2 Domináns startégiák
        8.1.3 Kevert startégiák
        8.1.4 Gafikus megoldás
        8.1.5 Folyamgráf
    8.2 3xn-e játékok
    8.3 4xn-e játékok
9. 2x2 játékok rendszere
    10.1 Fogolydilemma
    10.2 Dezertáló és kooperáló magatartás
    10.3 Koordinációs játékok
    10.4 Antikoordinációs játékok
11. Társadalmi dilemmák
12. Potenciáljátékok
13. Evolúciós játékelmélet

A feladatok között van olyan, amelyeket az (1) pontban feltüntetett szakirodalomból vettem át, illetve jelentős számban szerepelnek általam kidolgozott feladatok.

(3) Két diákcsoporttal ismertettem meg a játékelmélet alapfogalmait szakköri óra keretében. Az egyik csoport homogén összetételű, jó képességekkel rendelkező diákokból ált, a másik csoport heterogén volt. A diákok érdeklődését nem volt probléma fenntartani. Nyitottak voltak az új ismeretekre.
A tanítás induktív módon történt: egy-egy probléma tárgyalásán keresztül jutunk el a játékelmélet fogalmaihoz. Minden órát megelőzött egy problémafelvetés, amellyel a diákoknak feladatuk volt: tájékozódás vagy konkrét probléma megoldása. Ez az adott problémára való ráhangolódást segítette.
Az órákra lebontott tanmenet az alábbi volt:

1. óra. Téma: Bachet játék, kulcsfogalom: stratégia.
Előzetesen felvetett kérdések: Mi a játékelmélet? Mivel foglalkozik? Ki és mikor fektette le az alapjait? Mit jelent a „startégia” kifejezés?
2. óra. Téma: Wythoff-nim játék, kulcsfogalom: Sprague-Grundy függvény
Előzetesen felvetett kérdés: Keress számodra ismert játékokhoz nyerő startégiát!
3. óra. Téma: Játékok rendszerezése, kulcsfogalom: játékok jellemző tulajdonságai, pl.: egyszemélyes, kétszemélyes, többszemélyes, személytelen játékok, diszkrét és fokytonos, véges és végtelen játékok, sztochasztikus, determinisztikus játékok.
Előzetesen felvetett kérdés: Milyen szempontok szerint lehetne rendszerezni a játékokat?
4. óra. Téma: Izomorf játékok.
Előzetes felvetések: Új játék: sarokba a királynőt! Mi lehet a nyerési stratégiája? Van-e kapcsolata valamelyik korábban tanult játékkal?
5. óra. Téma: Stratégiai játékok, kulcsfogalom: kifizetési mátrix.
Előzetes felvetés: Tanulmányozd a kő-papír-olló játékot! Van-e nyerő stratégiája?
6. óra. Téma: Nyeregpont, kulcsfogalom: minimax elv.

Előzetes felvetés: Kétszemélyes konfliktushelyzet: Anna és András étterembe mennek. Hogyan döntsenek a szereplők.
7. óra. Téma: Tiszta stratégia, kulcsfogalom: folyamgráf.
Előzetes felvetés: BKK és utas konfliktus helyzeté megadása kifizetési mátrix-szal. Mia konfliktushelyzet megoldása?
8. óra. Téma: Kevert stratégia.
Előzetes felvetés: Van-e megoldása egy olyan játéknak, amelynek nincs tiszta stratégiája?
9. óra. Téma: Nash egyensúly fogalma.
Előzetes felvetés: Van-e olyan kétszemélyes játék, amelynek több megoldása van, vagy esetleg nincs megoldása?
10. óra. Téma: Mátrixjátékok megoldásának módszerei: domináns stratégiák, minimax elv, kevert stratégiák.
Előzetes felvetés: Játékok és megoldásaik.
11. óra. Téma: Mátrixjátékok megoldásának módszerei: grafikus módszer.
Előzetes felvetés: Játékok és megoldásaik. van-e más módszer a játékok megoldásának megtalálására?
12. óra. Téma: Mátrixjátékok megoldásának módszerei: folyamgráf.
Előzetes felvetés: Játékok és megoldásaik. van-e más módszer a játékok megoldásának megtalálására?
13. óra. Téma: Fogolydilemma. Többszereplős változat: közlegelők dilemmája..
Előzetes felvetés: A fogolydilemma alapszituációjának felvázolása. Mi a játék megoldása?
14. óra. Téma: 2X2 játékok rendszere. Koordinációs és anti-koordinációs játékok.
Előzetes felvetés: A gyáva nyúl alapszituációjának felvázolása. Mi a játék megoldása?
15. óra. Tudásszint felmérő.

Alkalmazott munkaformák:

(1) önálló munka: előzetes felvetések otthoni kidolgozása, órai munka
(2) páros munka: játékszituációk
(3) frontális munka: tapasztalatokat levonása párbeszédes formában, az új tartalmak megbeszélése.

A tudásszint felmérő eredménye táblázatos formában:

csoportlétszám	korosztály	összetétel	képesség	átlag	szórás
9.	16 év	homogén	jó	88	10
15	15 év	heterogén	vegyes	74	16

Az eredmények azt mutatják, hogy az adott korosztály jól be tudta építeni az ismereteket.

(5) A 2016/2017 tanév tavaszi félévében részt vettem témavezetőm, Dr. Szabó György, Evolúciós játékelmélet című előadássorozatán, az ELTE-TTK-n.
Az előadás érintett témái: a játékelmélet történeti vonatkozásai, a Nash egyensúly meghatározásának módszerei, koordinációs és anti-koordinációs játékok, a sokszereplős játékok, a játékok evolúciós fejlődése, a játékelmélet társadalomtudományi és biológiai vonatkozásai, a potenciáljátékok, a játékok anatómiája, a szimmetrikus 2X2 játékoknak és az Ising modellnek a kapcsolata, térbeli evolúciós mátrixjátékok.

(6) A játékelmélet tudománytörténeti vonatkozásainak feldolgozásának számos angol nyelvű publikációja van. Azonban a téma hazai ismertetése hiányzik a magyar publikációk köréből. Ez nélkül pedig nagyon nehéz ezt a szerteágazó tudományágat nyomon követni. Ezért kezdtem bele egy, a játékelmélet tudománytörténetéről szóló cikk írásába. Jelenleg 10

oldalnál, s a feldolgozandó téma tekintetében a felénél tartok. Az érintett témák: A játékelmélet fejlődésének kezdeti lépései, Neumann János és a Háborús játék, játékelmélet és a közgazdaságtan, John Nash és az egyensúly tétel, Marrill Flood és az irracionális viselkedés.

AKTUÁLIS FÉLÉVBEN VÉGZETT KUTATÁSOK:

A harmadik félév végén megfogalmazott tervek, feladatok tételesen:
(1) Az oktatási módszerek további fejlesztése. Az oktatás hatékonyságát, eredményességét felmérő teszt kidolgozása.
(2) Az elkészített jegyzet írásának folytatása a potenciáljátékokkal.
(3) Publikáció potenciáljátékok témában, "Games, graphs and Kirchhoff laws" címmel, American Journal of Physics.
(4) Kaotikus mechanika témában „Káosz a csillagok között” azaz a Háromtest-probléma vizsgálata Dynamics Solver programmal címmel.

Ezek megvalósulása:
(1) Az oktatási módszerek fejlesztése mellett kidolgoztam egy tudásszint felmérőt, amely 30 itemben méri az oktatás hatékonyságát. A tudásszint felmérő tesztes és problémamegoldásra épülő feladatokat tartalmaz. A tesztben is és a problémamegoldásra épülő részben is 15-15 itempont szerezhető. A felmérőt a beszámoló végére illesztettem be mellékletként.
A félév során a 12. évfolyamos matematika emelt szintű csoportommal tanítottam játékelméletet a korábban leírt 14 órás óravázlat szerint. A 15. órán a kidolgozott tudásszint felmérővel felmértem az oktatás hatékonyságát. Az eredményeket itemekre lebontva az alábbi táblázat mutatja:

item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ.	p
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	8	8/9
2	1	1	0	1	0	1	1	0	1	6	6/9
3	0	1	1	1	1	1	0	1	1	7	7/9
4	1	1	1	1	0	1	1	0	0	6	6/9
5	1	1	0	1	1	1	1	1	1	8	8/9
6	1	1	1	1	1	1	1	0	1	8	8/9
7	1	0	1	1	1	1	0	1	1	7	7/9
8	1	1	0	1	0	1	1	1	1	7	7/9
9	0	0	1	1	1	1	1	1	0	6	6/9
10	1	1	1	1	0	1	0	1	1	7	7/9
11	1	1	0	1	1	0	1	0	1	6	6/9
12	1	0	1	1	0	1	0	1	0	5	5/9
13	1	1	1	1	0	1	1	1	1	8	8/9
14	1	1	1	0	1	0	1	0	1	6	6/9
15	0	1	1	1	0	1	0	1	0	5	5/9
16a	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	9/9
16b	1	1	1	1	1	1	0	1	1	8	8/9
16c	1	0	1	1	0	1	0	1	0	5	5/9
16d	1	1	1	1	0	1	0	1	1	7	7/9
16e	1	1	1	1	0	1	0	1	0	6	6/9
17a	1	0	1	1	1	1	1	1	1	8	8/9
17b	1	0	1	1	1	1	1	1	1	8	8/9
17c	1	0	1	1	0	1	1	1	1	7	7/9

17d	1	0	1	1	0	1	1	1	1	7	7/9
17e	1	0	1	1	0	1	0	1	1	6	6/9
18a	1	1	1	1	1	1	0	1	1	8	8/9
18b	1	1	1	1	1	1	0	1	1	8	8/9
18c	1	1	1	1	1	1	0	1	1	8	8/9
18d	1	1	1	1	0	1	0	1	0	6	7/9
18e	1	0	1	1	0	1	0	1	0	5	5/9
	27	20	26	29	14	28	15	25	22	206	206/270

A felmérésben résztvevő diákok jó képességűek voltak, a p itemnehézség értékből látszik, hogy a feladatok többségét könnyűnek érezték. A 12, 15, 16c, 18e feladatokat érezték nehezebbnek.
A szerzett pontok átlaga 22,89, a szórása 5,22. A százalékok átlaga 76%, szórása 17%.

(2) Az első félévben elkezdett, majd folyamatosan kiegészített jegyzetet megtoldottam 3 fejezettel, a Társadalmi dilemmák, a Potenciáljátékok, és az Evolúciós játékelmélettel. A jegyzet jelenleg 54 oldalas. Azonban mind a feladatok számának növelése szempontjából, mind szerkesztés szempontjából további munkálatokat igényel. Várhatóan a következő félév végére készül el.
(3) A publikáció elkészült, a következő fejezetben számolok be róla.
(4) A kaotikus mechanika témában elkezdtem a háromtest probléma vizsgálatát. Át tanulmányoztam a hozzá tartozó irodalmat, továbbá a Dynamics Solver programmal elkészítettem a szükséges ábrákat.

PUBLIKÁCIÓK

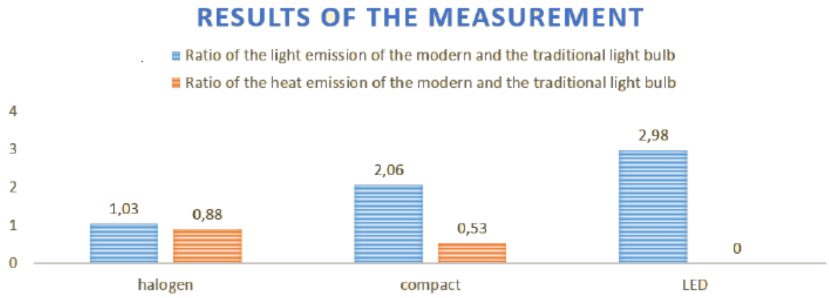
Az American Journal of Physics-hez a mai napon beküldött "Games, graphs, and Kirchhoff laws" című cikkben eredetileg csak a szimmetrikus potenciáljátékokkal kívántunk foglalkozni.
Ehhez kerestem/készítettem olyan folyamábrákat, amelyek illusztrálják a Nash-egyensúlyok meghatározását, a középiskolai szintet nem meghaladó matematikai háttérrel.
A játékelméletben a potenciál létezésének feltételei hasonlatosak az elektromos áramkörök számításánál használt Kirchhoff törvényekhez. A dinamikai gráf szimmetriái azonban számos egyszerűsítést tesznek lehetővé és ezt kívántuk fokozni azzal, hogy olyan kifeszítőfákat kerestem, amelyekből indulva a hiányzó élek hozzáadásával olyan hurokfeltételeket kapunk, amelyek ortogonalitási feltételekkel esnek egybe a nyereménymátrix és az önkéntes kő-papír-olló játékok között. Sikerült találni olyan kifeszítőfákat, amelyekből indulva tetszőleges stratégiaszám mellett igazolható az állítás.
Három-négy héttel ezelőtt új megvilágításba került a kérdés, ugyanis kiderült, hogy a tárgyalás jelentősen leegyszerűsödik, ha a bimátrixok (nem-szimmetrikus játékok) általánosabb formalizmusát és az önkéntes érmepárosítás játékok fogalmát használjuk.
Számomra a legtanulságosabb feladat a játékelmélet, a gráfelmélet és a fizikában számos területen felszínre kerülő Kirchhoff törvények közötti összefüggések elsajátítása és alkalmazása volt.

KONFERENCIÁK A KÉPZÉS ALATT

(1) A 2017. márciusában megrendezett Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutatón két, 45 perces előadást tartottam „A játékelmélet és a Fizika” címmel. Az előadás keretében egy

50 diából álló előadást tartottam a játékelmélet felépüléséről a potenciáljátékokon keresztül Az evolúciós játékokig, megemlítve a játékelmélet és a fizika kapcsolatát.
Az előadás túl hosszúra sikerült, a végét nagyon fel kellett pörgetnem, a közönségem pedig elfáradt. Legközelebb kisebb, jól körülhatárolt egységekkel fogok felkészülni.

(2) 2017 augusztus 19-20. részt vettem a Dublinban megrendezett PARRISE projekt záró konferenciáján. A témám az elektromos fényforrások vizsgálata volt. Egy olyan iskolai projekt munkáról számoltam be, amelyet 17 éves diákokkal végeztem él, és két fontos célja is volt. Az egyik, hogy felkeltsem a diákok figyelmét arra a problémára, hogy amíg a világ energiaszükségletei folyamatosan nőnek, addig az energiaforrások kimerülnek. A másik, hogy felkeltsem a diákok érdeklődését a tudományos vizsgálatok irányába. A projekt aktualitása, hogy a jövő generációira vár az a feladat, problémát alternatív energiaforrások és energiatakarékos technológiák kutatásával megoldják
A projektnek három részében, három munkaformában dolgoztunk. Az első részben csoportos munka keretében PPT-előadást készítettek az alábbi két témában 1. A világ energiaforrásai és energiaszükségletei. 2. Különböző (hagyomásnyos, halogé, kompakt és LED) elektromos fényforrások működési elve. Az elkészült PPT-k anyagából a diákok előadást tartottak. A második részben kísérleti mérés keretében modern fényforrások (halogén, a kompakt és LED égők) relatív fény és hő kibocsátását hasonlítottuk össze a hagyományos égők relatív fény és hő kibocsátásával. A mérésekről mérési jegyzőkönyv készült, az eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza:



A harmadik részben egyéni munka keretében számolással megbecsültük, hogy ha a 4 millió magyar háztartásban valamennyi elektromos fényforrást lecserélnénk LED fényforrásokra, akkor mekkora megtakarítást érnénk el. A számítások szerint a megtakarítás 1 milliárd eurot jelentene évente.
A záró konferencia poszter bemutatóján egy angol tanárkolléga javasolta a következő kiegészítést a projekt munkához: Az adott településen körbejárva spektroszkópos vizsgálattal fel tudjuk mérni a lakosság elektromos fényforrásainak típus szerinti eloszlását. A felmérés alapján kiszámolható a lakosság energia megtakarítási kapacitása. A számításokat ki lehet terjeszteni a közvilágításokra, illetve az ipari létesítmények megvilágításaira is.
A projektnek játékelméleti vonatkozása van. A fogolydilemma többszereplős változata, a közlegelők dilemmája, az egyik leghíresebb társadalmi dilemma. Korunk energiaválságának oka is ezzel magyarázható. Lényege, hogy ha az egyéni haszon érdekében mindenki nagyobb részesedést szeretne az emberiség közös tulajdonát képező energiaforrásokból (közlegelők) , akkor ennek eredménye egy olyan társadalmi tragédia, ahol egyrészt mindenkinek, másrészt összességében a közösségnek is csökken a várható nyeresége. A megoldás egy olyan tudatos, felelősségteljes, szabályozott magatartás, ahol mindenki elégedett azzal a hozammal, ami eben a rendszerben neki jár. Ha ettől eltérő magatartást gyakorol, akkor, ez olyan folyamatot indít el, amelynek következménye, hogy a saját és egyben a közösség haszna is kevesebb lesz. Mindez összhangban van a számolási eredményeinkkel.

(3) 2107 szeptember 29. –október 1. között az erdélyi fizika tanári ankéton vettem részt. Ahol nagyon gazdag program keretében hasznos tapasztalatokra tettem szert.

MELLÉKLET

TUDÁSSZINT FELMÉRŐ

TESZT

1) Mit nevezünk nyerési stratégiának?
A) Egy olyan lépéssorozatot, amellyel az egyik játékos képes megnyerni a játékot.
B) Egy olyan lépéssorozatot, amellyel az egyik játékos a másik játékos lépéseitől függetlenül képes megnyerni a játékot.
C) Egy olyan lépéssorozatot, amellyel mindkét játékos a másik fél lépéseitől függetlenül képes megnyerni a játékot.

1	

2) A Wythoff-Nim Játékban az egyik kupac kavicsban 6, a másikban 7 kavics van. Kezdő játékosként milyen lépéssel tudjuk biztosítani magunk számára a nyerést?
A) A 6-os kupacból elveszünk 2 kavicsot.
B) A 7-es kupacból elveszünk 3 kavicsot.
C) Mindkét kupacból elveszünk 5-5 kavicsot.

1	

3) A sakk illetve a póker sztochasztikus vagy determinisztikus játék?
A) Mindkettő szochasztikus.
B) Mindkettő determinisztikus.
C) A sakk determinisztikus, a póker sztochasztikus.

1	

4) A sarokba a királynőt játék mintájára tekintsük a sarokba a bástyát játékot. Hogyan kell módosítani a Wythoff-nim játék szabályait, hogy az adott játékokkal izomorf játékokat kapjunk?
A) Egyszerre csak az egyik kupac kavicsból vehetünk el, de abból akármennyit.
B) Mindkét kupac kavicsból egyszerre ugyan annyi kavicsot vehetünk el.
C) Az egyik kupacból egyet, a másik kupacból kettő kavicsot vehetünk el.

1	

5) Van-e a kő-papír-olló játéknak nyerési stratégiája? Igazságos-e a játék.
A) Igen, van a kő-papír olló játéknak nyerési startégiája, és a játék igazságos.
B) Nincs a kő-papír olló játéknak nyerési startégiája, és a játék nem igazságos.
C) Nincs a kő-papír olló játéknak nyerési startégiája, és a játék igazságos.

1	

6) Egy játék teljes kifizetési mátrixát mutatja az ábra. Döntsük el, hogy a játék zérusösszegű vagy nem zérusösszegű!

5;-4	3;-3
-3;3	4;-5

A) A játák zérusösszegű.
B) A játék nem zérusösszegű.
C) A kérdést nem lehet eldönteni.

1	

7) Péter és Pál feldobnak egy-egy egyforma érmét. ha a két érme azonos oldalára esik, akkor Péter fizet Pálnak 10 forintot, ellenkező esetben Pál fizet Péternek 10 forintot. Az alábbi ábrák közül melyik ábrázolja helyesen a teljes kifizetési mátrixot?

a)

Péter \ Pál	fej	írás
fej	(10;-10)	(-10;10)
írás	(10;-10)	(-10;10)

b)

Péter \ Pál	fej	írás
fej	(10;-10)	(-10;10)
írás	(-10;10)	(10;-10)

c)

Péter \ Pál	fej	írás
fej	(-10;10)	(10;-10)
írás	(10;-10)	(-10;10)

A) az a) ábra
B) a b) ábra
C) a c) ábra

1	

8) Mit értünk egy játék nyeregpontja alatt?
A) A nyeregpont a játéknak egy olyan stratágiapárját jelenti, amely az egyik fél számára nyereséghez vezet, a másik fél számára döntetlenhez.
B) A nyeregpont a játéknak egy olyan stratágiapárját jelenti, amely mindkét fél számára nyereséghez vezet.
C) A nyeregpont a játéknak egy olyan stratágiapárját jelenti, amely mindkét fél számára a legkedvezőbb nyereséghez vezet.

1	

9) Tekintsük az alábbi 2X2 zérusösszegű játékot. Melyik stratégiapár lesz a játék nyeregpontja?
A) (1;2) stratégiapár
B) (2;1) startégiapár
C) (1;1) stratégiapár

1 játékos \ 2 játékos	1	2
1	4	3
2	3	2

1	

10) Mit értünk egy játéknak van stabil megoldása?
A) A játéknak stabil megoldása az a tiszta stratágiapár, amely mindkét fél számára a legkedvezőbb nyereséghez vezet.
B) A játék stabil megoldása az a stratégiapár, amelyre teljesül, hogy egyik játékos sem tudja növelni a nyereségét azzal, hogy a lehetséges stratégiái közül egy másik stratégiát választ.
C) A játéknak stabil megoldása az a tiszta stratágiapár, amely az egyik fél számára nyereséghez vezet.

1	

11) Mit mond ki Nash tétele?
A) Nash tétele szerint, minden normál játéknak létezik legalább egy egyensúlya, amely lehet tiszta stratégia, vagy kevert stratégia.

B) Nash tétele szerint, minden normál játéknak létezik legalább egy tiszta stratégiája.

C) Nash tétele szerint, minden normál játéknak létezik legalább egy tiszta stratégiája, és egy kevert stratégiája.

12) Miben rejlik a fogpolydilemma játék ellentmondása?
A) A játéknak két stabil nyeregpontja van, mindkét stratégiapár választása esetén ugyanakkora lesz a játékosok nyeresége.
B) A játékosok nagyobb nyereségre tesznek szert, ha a játékelmélet szabályaival ellentétesen döntenek.
C) A játékosok ugyanakkora nyereségre tesznek szert, ha a játékelmélet szabályaival ellentétesen döntenek.

1	

13) Az alábbi globális problémák közül melyik kialakulása magyarázható a közlegelők dilemmájával?
A) globális felmelegedés
B) környezetszennyezés
C) háborús konfliktusok

1	

14) Az alábbi 2X2-es játékok közül melyik anti-koordinációs játék?
A) fogolydilemma
B) szarvasvadászat
C) gyáva nyúl

1	

15) Koordinációs, vagy anti-koordinációs játékot szemléltet az alábbi nyereségmátrix?
A) koordinácós
B) antikoordinációs
C) nem dönthető el

(3;3)	(1;5)
(5;1)	(0;0)

1	

PROBLÉMAMEGOLDÁS

1)
a) Mia nyerési stratégia abban a játékban, melynek szabályai a következők: két játékos felváltva mond számokat 25-tól indulva visszafelé. A soron következő játékos mindig legalább1-et, legfeljebb 3-et von ki, és az nyer, aki kimondja az 0-t?
b) Melyik játékosnak van nyerési stratégiája?
c) Írd fel a játék Sprague-Grundy függvényét!
d) Mi a nyerő stratégiája akkor, ha annyiban módosítjuk a játékszabályt, hogy az veszít, aki kimondja a 0-t?
e) Melyik játékosnak van nyerő stratégiája ebben az esetben?
Válaszodat minden esetnem indokold!

1	1	1	1	1

2) Két játékos egy 4X4-es sakktáblán játszik. A játék során az egyik játékos a fekete királyt egy fekete mezőre, a másik játékos a fehér királyt egy fehér mezőre teszi le. A játékot, és a játék kezdetén egyenlő arányban letétbe helyezett összeget az első játékos nyeri, ha a két letett bábu üti egymást, ellenkező esetben a másik játékos nyer.
a) Írd fel a játék kifizetési mátrixát arra az esetre vonatkozóan, ha a játékosok véletlenszerűen helyezik el a bábukat a táblán!
b) Igazságos-e a játék?
c) A bábu elhelyezésének tudatos megválasztásával, hogyan tudná az első játékos növelni a nyerési esélyeit? (A második játékos továbbra is véletlenszerűen teszi le a bábuját.)
d) Igazságos-e ekkor a játék?
e) Mi lesz a játék kimenetele akkor, ha a második játékos is tudatosan helyezi el bábuját a számára legkedvezőbb pozícióba?

1	1	1	1	1

3) Egy mobiltelefon gyártó cég olyan telefonokat gyárt, amelybe kamera van beépítve. A készülék árát nagy mértékben befolyásolja a beleépített kamera, amelyet külső gyártótól kell beszereznie. A cég három lehetőség közül választhat:
(1) vásárol egy olcsó kamerát 1 ezer forintért, ami ha elromlik, a javítása a cégnek 10 ezer forintjába kerül,
(2) 6 ezer forintért olyan minőségű kamerát vásárol, amelyre garancia is van, így az esetleges javításokra a cégnek nem kell költenie,
(3) 10 ezer forintért olyan kamerát vásárol, amelynek meghibásodása esetén a gyártó cég vállalja a javítás költségeit és ezen felül visszatéríti a kamera árát is.
a) Írd fel a probléma nyereségmátrixát!
b) Van e domináns stratégia a játékban?
c) Grafikus úton határozd meg, melyik két stratégia keveréséből adódik a megoldást jelentő kevert stratégia.
d) Algebrai úton határozd meg, hogy milyen arányban kell keverni a stratégiákat!
e) Mennyibe kerül a cégnek egy kamera átlagosan?

1	1	1	1	1