

Féléves Doktori Beszámoló, 2022/23/2

Jánosi Dániel (daniel.janosi@ttk.elte.hu)

Statisztikus Fizika, Biológiai Fizika és Kvantumrendszerek Fizikája Program

Témavezető: *Károlyi György*, egyetemi tanár, BME NTI

Dolgozat: Időfüggő paraméterű kaotikus rendszerek elmélete és alkalmazásai

1. Bevezetés

Ebben a félévben a legtöbb korábbi kutatási projektet sikerrel folytattam. Két új kutatási projekt indult a káoszelméleti eredmények galaxismodellben való alkalmazásával, illetve a változó paraméterű kaotikus rendszerek elméletének Poincaré-leképezéssel leírható rendszerekre való kiterjesztésével kapcsolatban. Eredmények hiányában megszűnt azonban a doktori témán kívüli, a maradékgáz ionnyalábra gyakorolt hatásának vizsgálatáról szóló kutatómunkám az Energiatudományi Kutatóközpontban, illetve inaktivitás miatt egyelőre szünetel az alacsony dimenziós, időfüggő paraméterű kaotikus plazmamodell leírásáról szóló projekt. Az utóbbit tervezem folytatni amint lehetőségem adódik rá. Tervezem továbbá megpályázni a 2023-as KDP ösztöndíjat, a GEMS Engineering Kft-vel együttműködésben. A félév során két hallgató TDK munkájának társtémavezetését vállaltam el: Blázsik Árpád BSc hallgatót Károlyi Györggyel, Fey Dávid utolsó éves középiskolás diákot pedig Kovács Tamással közösen.

2. A doktori képzésen belül ebben a félévben megvalósult kutatómunka

2.1. Kaotikus transzport plazmafizikai alkalmazása

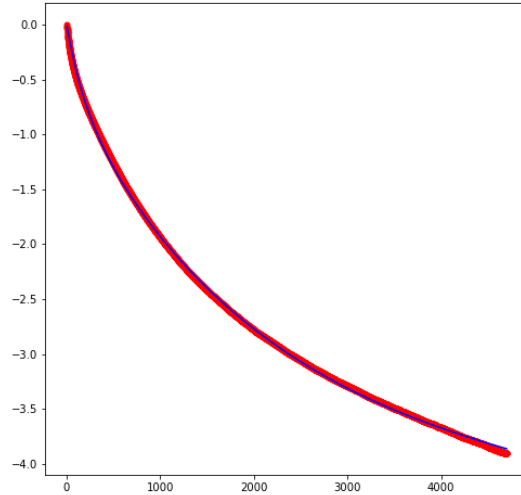
Együttműködők: Károlyi György (BME), Pokol Gergő (BME), Papp Gergely (MPI IPP)

A fúziós reaktorokban keletkező elfutó elektronok transzportjának leírására kialakított kaotikus transzportmodellt sikerrel teszteltük a Chirikov-féle standard leképezésen. Ehhez a rendszer fázisterének jellemző "rétegeiről" indított részecskék kiszökését vizsgáltuk. Ezekre az adatokra $a = 1.55$ nemlinearitási paraméter mellett a pillanatnyi részecskeszám

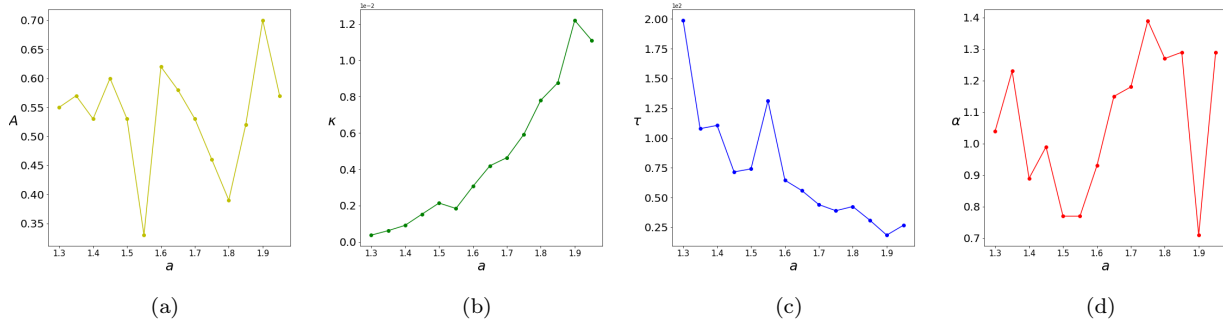
$$N(t) = Ae^{-\kappa t} + \frac{1 - A}{1 + \left(\frac{t}{\tau}\right)^\alpha}, \quad (1)$$

elméleti megfontolások alapján kialakított képletét illesztve az 1. ábrán látható, nagyon jó illesztést kapjuk, a paraméterek $A = 0.16 \pm 1.6 \cdot 10^{-3}$, $\kappa = 1.29 \cdot 10^{-3} \pm 4.14 \cdot 10^{-6}$, $\tau = 157.9 \pm 0.75$, $\alpha = 1.08 \pm 2.16 \cdot 10^{-3}$.

Az elméleti modell tehát jól illeszkedik a legegyszerűbb vizsgált rendszer viselkedéséhez. Az (1) egyenlet paramétereit különböző nemlinearitási paraméterek mellett megvizsgálva azt találjuk, hogy κ a várakozásainknak megfelelően a -val nő, míg τ -ban csökkenő trend figyelhető meg, α pedig nagyjából egység körüli értéken fluktuál. Az A paraméter azt fejezi ki, hogy a részecskék mekkora hányada szökik el rendszerből kaotikus, és mekkora hányada hatványfüggvény-szerű módon, így ez a paraméter nagyon érzékeny a részecskék kezdeti helyzetére, így nem meglepő hogy a 0 és 1 közötti értékek egészen széles skáláját felveheti. Ezeket az eredményeket a 2. ábra mutatja.



1. ábra. Az (1) modell illeszkedése a standard leképezésben kiszökő részecskék számára.



2. ábra. Az (1) egyenlet illesztett paramétereit a standard leképezés nemlinearitási paraméterének függvényében.

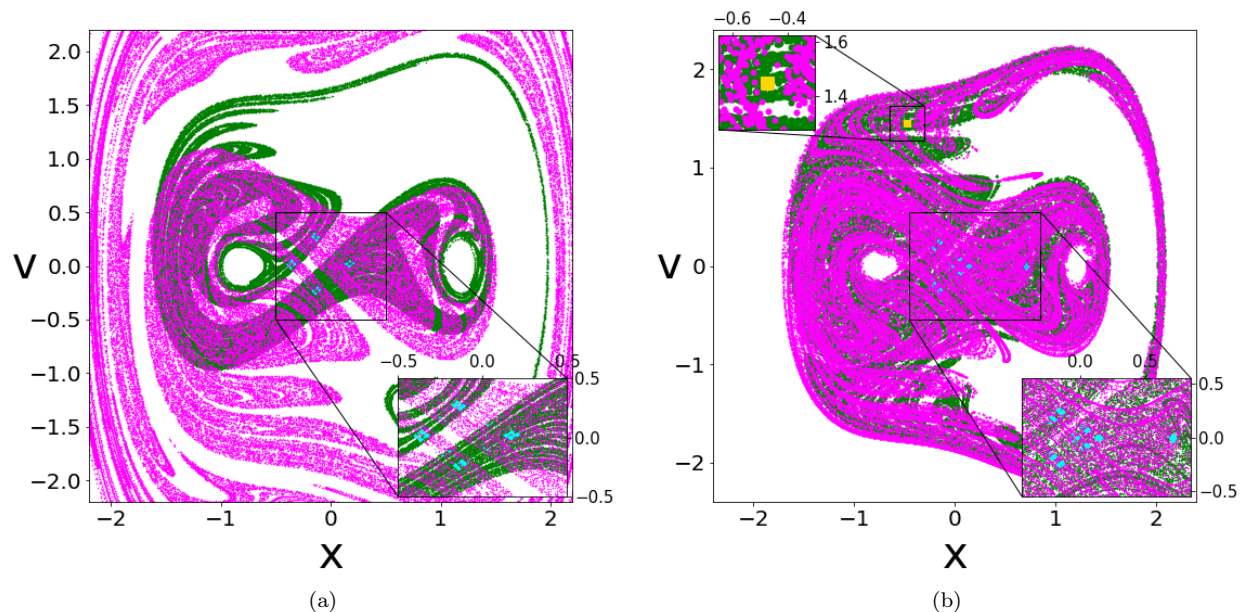
Ezeket az eredményeket bemutató publikáció hamarosan elkészül, a Chaos folyóiratba tervezzük beküldeni, és reményeink szerint az év vége előtt meg fog jelenni. A projekt következő lépése a modell további tesztelése egyrészt a tokamak-geometria realiztikusabb leképezéseiben (pl a Portela és kollégái által használt csavarmentes leképezés [1]), illetve a JOREK nemlineáris magnetohidrodinamikai szimulációból [2] nyert realiztikus adatokon.

Továbbá, ezzel a projekttel tervezek pályázni a most induló, 2023-as KDP ösztöndíjra, a GEMS Engineering Kft-vel együttműködve, a vállalati szakértő Veres Gábor (BME, EK). A vállalat több plazmadiagnosztikai egységet is fejleszt a dél Franciaországban épülő ITER fúziós reaktorhoz, a két legrelevánsabb ilyen egység egyike a vákuumkamra alsó részében, az úgynevezett divertorban elhelyezkedő Eróziós Üledék Monitor (EDM), a másik pedig a vákuumkamra belső falán végigfutó diagnosztikai jeltovábbító kábelrendszer. Az elméleti kutatás eredményeként az elfutó elektronokra kapott statisztikai leírást arra tervezzük hasznosítani, hogy meghatározzuk az ezeket a berendezéseket érő, az elfutó elektronokhoz köthető elektromágneses terhelést. Ennek a meghatározása megfelelő statisztikai leírás hiányában eddig nem volt lehetséges. Amennyiben az elvégzett tesztek azt eredményezik, hogy az egységeket érő elfutóelektron-terhelés meghaladja a kívánt élettartam eléréséhez szükséges értéket, akkor a berendezések szerkezeti fejlesztésre is szükség lehet.

2.2. Az időfüggő paraméterű kaotikus rendszerek elméletének továbbfejlesztése

Együtműködők: Tél Tamás (ELTE)

Ezt a kutatási projektet is sikerrel folytattuk, itt is már csak a publikáció szövegének megírása van hátra. Ezt a munkát vagy Phys. Rev. E, vagy a Chaos folyóiratba tervezzük beküldeni, ahol szintén úgy gondoljuk, hogy idén megjelenhet. Az egyik legfontosabb eredmény itt, hogy sikerrel hoztuk összhangba az időfüggő paraméterű kaotikus rendszerek alapszerkezetének leírására általunk kidolgozott, időfüggő foliációkon alapuló módszert [3] a tranziens káosz központi koncepciójával, az ún. kaotikus nyereghalmazzal. Ezt illusztrálja a 3. ábra: a nyereghalmaz pontjai (világoskék) a stabil és instabil foliációk (rózsaszín és zöld) metszéspontjaira esnek.



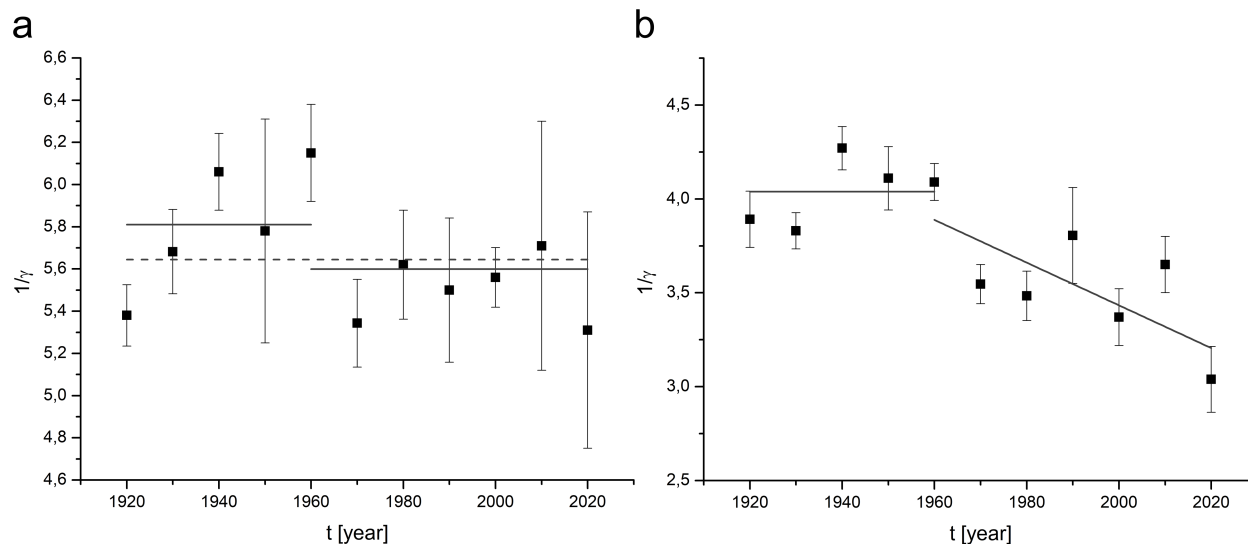
3. ábra. Stabil és instabil foliációk (rózsaszín és zöld) és kaotikus nyereghalmazok (világoskék) disszipatív (a) és Hamiltoni (b) esetben.

2.3. A EAPD módszer alkalmazása klímamodellben

Együtműködők: Tél Tamás (ELTE), Herein Mátyás (ELTE, EPSS)

Ez a projekt átmenetileg más (de eredményes) irányt vett. Az eredeti terv szerint az EAPD mennyiséget, ami részecskepárok távolodását követi a fázistérben, számoltuk volna ki a PlaSim [4] közepes komplexitású klímamodellben, a rövid időskála miatt minden 10. évben, hogy megvizsgáljuk a klímaváltozás hatását erre a mennyiségre. A terv végrehajtása során azonban számítási kapacitási korlátokba ütköztünk, így ezt a kutatási irányt szüneteltetnünk kellett. Ehelyett egy másik mennyiséget vezettünk be, szintén káoszelméleti alapon, ami az eredeti tervben az EAPD helyét átvéve számolható a klímamodellben. A káoszelmélet fáklyadiagramnak nevezi az olyan idősort, ahol a vizsgált mennyiségben egymáshoz nagyon közeli trajektóriákat indítva demonstrálható ezek nagyon gyors (exponenciális) és jelentős szétválása időben. Az új mennyiség egy ilyen fáklyadiagram pillanatnyi minimumának és maximumának különbsége a klímasokaság több tagja körül indított fáklyadiagramokra átlagolva, amit úgy neveztünk el, hogy extrém eltérés dupla sokaságban (double ensemble extreme deviation, DEED). Ezt időben követve exponenciális növekedést kapunk, aminek a rátája az ún. extrém növekedési ráta (growth rate of extremes). Ennek reciprokát extrém megjelenési időnek

(extreme emergence time, EET) hívjuk, ami megadja azt az időt, ami után a klímasokaság adott tagjának eredeti értékétől való ilyen extrém eltérések megjelennek. Ezt az EET értéket 10 évenként megmérve a klímaszimulációban a globális átlaghőmérsékletre és átlagos nyomásra azt tapasztaljuk, hogy a nyomás esetén nagyjából 1960-tól érezhető a klímaváltozás hatása egy csökkenő trend formájában, míg a hőmérséklethez tartozó értékekben nem látunk a klímaváltozás okozta hatást. Ezeket az eredményeket a 4. ábra mutatja.



4. ábra. Az EET értékek 10 évenként megmérve a globális átlaghőmérsékletre (a) és a globális átlagos nyomásra (b).

Ezeket az eredményeket a *Frontiers in Earth Science* folyóirat "Extreme Events in Geophysical Fluids: From Water Waves to Weather" című különszámába fogjuk beküldeni, augusztus 10-ei határidővel. Az EAPD mennyiséget továbbra is tervezzük hasonlóképpen megmérni a klímamodellben. A számítási kapacitás okozta nehézség reményeink szerint őszre elhárulhat, így remélhetőleg a következő félévben foglalkozhatunk majd ezzel.

2.4. Az időben változó paraméterű Myamoto-Nagai galaxismodell leírása

Együttműködők: Kovács Tamás (ELTE), Illés Eduárd (ELTE)

A monoton paraméterváltozásnak kitett Hamiltoni rendszerek leírására korábban kidolgozott módszerek egy újabb alkalmazási területe az égi mechanika. Itt a Kovács Tamással és Illés Eduárd MSc-s hallgatóval induló új kutatási projektünkben az ún. általánosított Myamoto-Nagai galaxismodellt [5] (vagy végesen vastag lemez modelljét) tervezzük megvizsgálni. Ez a modell a galaxisok dinamikájának reprezentálását célzó rendszerek közül a realisztikusabbak közé tartozik, vizsgálhatóak vele a spirálgalaxisok, mégis viszonylag egyszerűen kezelhető egyenletekkel írható le, így ez a leggyakrabban használt modell az asztrofizikai és csillagászati kutatásokban. Dinamikai rendszerként ez egy konzervatív kaotikus rendszer négydimenziós fázistérrel, melyet Poincaré-leképezéssel redukálhatunk kétdimenziósra. A modellben a galaxisok egyes komponenseit, főként tömegét leíró paraméterek időbeli változtatásával követhetővé válnak a snapshot tóruszok és kaotikus tartományok valamint az EAPD, amelyek segítségével akár megérthetővé válhat bizonyos típusú, valóságban létező galaxisok hosszú távú viselkedése. A projekt Illés Eduárd ebben a félévben leadott BSc szakdolgozatán alapul, amiben néhány eredmény már meg is jelenik, így ez a projekt is sokat fejlődhet a következő félév során.

2.5. Időfüggő paraméterű, Poincaré-leképezéssel leírható kaotikus rendszerek vizsgálata

Együttműködők: Károlyi György (BME), Blázsik Árpád (ELTE)

Az időben változó paraméterű kaotikus rendszerek vizsgálatát eddig vagy stroboszkopikus leképezéssel definiálható [3, 6, 7], vagy olyan dinamikai rendszereken végeztük, amelyek definíciója módosítás nélkül is tartalmazza a szokásos kaotikus tulajdonságokat [8]. Létezik azonban a kaotikus dinamikai rendszereknek egy fontos harmadik osztálya, a Poincaré-leképezéssel definiálható rendszerek. Ezek közül a legegyszerűbbek általában Hamiltoni rendszerek négydimenziós fázistérrel (tehát klasszikus mechanikában síkmozgások), melyek fázistere az energiamegmaradást kihasználva, illetve egy ún. Poincaré-metszetet készítve kétdimenzióssá redukálható [9]. Természetesen a klasszikus mechanikán kívül sok más területen is találunk ilyen rendszereket, például az előző fejezetben említett Myamoto-Nagai modell is ilyen. A galaxismodell előzetes vizsgálata az eddig tapasztaltaktól eltérő viselkedést mutat paraméterdrift jelenlétében. Ahhoz, hogy kiderítsük hogy ez csak erre a rendszerre jellemző vagy általánosan a Poincaré-leképezés jelenléte okozza, a jelenséget tisztán káoszelméleti szempontból, egy egyszerű dinamikai rendszeren is meg kell vizsgálnunk. Ehhez a Károlyi Györggyel és Blázsik Árpád BSc-s hallgatóval idült projektben az időfüggő hosszú kettős inga vizsgálatát tűztük ki célul. Terveink szerint a kutatás eredményeiből elsőként Blázsik Árpád TDK dolgozatot készít, ahol Károlyi Györggyel mindketten témavezetők leszünk. Ezért publikáció a témában csak később, a kari TDK konferencia után várható.

3. Publikáció

Publikációm ebben a félévben nem jelent meg, azonban előrehaladott állapotban van a 2.3 fejezetben említett publikáció, és előkészületben van publikáció a 2.1 és 2.2 fejezetekben leírt kutatásokból is.

4. Konferencia részvétel

Ebben a félévben nem vettem részt konferencián.

5. Tanulmányok

A 2022/23/2 félévben hallgatott tárgyaim:

- **Környezeti áramlások fizikája (FIZ/3/017E)**
Oktató: Tél Tamás
Érdemjegy: Jeles (5)
- **Bolygók és bolygórendszerek keletkezése (FIZ/5/045)**
Oktató: Sándor Zsolt
Érdemjegy: Jeles (5)
- **Lineáris és nemlineáris MHD hullámok (FIZ/5/054)**
Oktató: Erdélyi Róbert
Érdemjegy: Jeles (5)

6. Oktatás

A 2022/23/2 félévben oktatott tárgyaim:

- **Elemi káoszelmélet** (spelkaoszf22ea)
Képzés: Fizika BSc, Fizikus MSc
A kurzust felvett/teljesítő hallgatók száma: 15/15
Leírás: Második alkalommal tartottam meg a specimet, amire a hallgatóktól pozitív visszajelzéseket kaptam. A vizsgán egy programozási feladatból álló beadandó feladat eredményét kellett bemutatniuk a hallgatóknak.

7. Témavezetett hallgatók

- **Blázsik Árpád**, ELTE Fizika BSc
Társtémavezető: Károlyi György
A Blázsik Árpád TDK témavezetéséhez kapcsolódó kutatási projekt leírását a 2.5 fejezet tartalmazza.
- **Fey Dávid**, Fazekas Mihály Gimnázium utolsó éves diákja, terv szerint szeptembertől ELTE Fizika BSc-s hallgató
Társtémavezető: Kovács Tamás
Fey Dávidot először a "Tehetséggel Fel" ÚNKP ösztöndíjában fogjuk segíteni, később pedig terveink szerint TDK dolgozatok megírásában. Az ehhez indított kutatási projekt témája az időfüggő paraméterű kaotikus rendszerek fázissterében lévő kaotikus objektumok (snapshot attraktorok, snapshot kaotikus tartományok) fraktáldimenziójának kimérése. A fraktáldimenzió hagyományos kimérése az ún. box-counting módszerrel történik: meg kell számolni, hogy mennyi "dobozzal" (kétdimenziós fázisster esetén téglalapokkal) lehet lefedni az alakzatot, különböző méretű dobozok esetén [9]. Ezt a módszert tervezzük általánosítani időfüggő paraméterű rendszerekre. A megpályázott ÚNKP ösztöndíj során elvárt fő tevékenység az irodalomfeldolgozás, ami után a tervek szerint TDK dolgozat megírása következne, így ezt a kutatási projektet hosszabb távon tervezzük publikációig eljuttatni.

8. Ösztöndíjak, elismerések

A félév során az Új Nemzeti Kiválóság Program (ÚNKP) ÚNKP-22-3-I-ELTE-199 kódú ösztöndíjában részesültem. Az ehhez kapcsolódó kutatási tevékenységnek a 2.2 és 2.3 fejezetekben leírtak felelnek meg. Továbbá részt vettem korábbi, még MSc alatt írt dolgozatommal az OTDK-n, ahol 1. helyezést értem el, illetve ez alapján elnyertem a Pro Scientia Aranyérmét is.

Hivatkozások

- [1] Portela et. al., Int. Journal of Bif. and Chaos **17**, 5 (2007)
- [2] M Hoelzl et. al., Nuclear Fusion **61**, 065001 (2021)
- [3] Jánosi and Tél, Phys. Rev. E **105**, L062202 (2022)
- [4] Fraedrich et. al., Meteorol. Z. **14**, 299–304 (2005)
- [5] Miyamoto and Nagai, Publications of the Astronomical Society of Japan **27**, 533 (1975)
- [6] Jánosi and Tél, Chaos **29**, 121105 (2019)
- [7] Jánosi, Károlyi and Tél, Nonlinear Dynamics **106**, 2781 (2021)
- [8] Jánosi and Tél, Chaos **31**, 033142 (2021)
- [9] Tél and Gruiz: Chaotic Dynamics, Cambridge, New York, 2006