3. Féléves Beszámoló

2024. június 20.

Somogyfoki Réka (somogyfoki.reka@wigner.hu)
Statisztikus Fizika, Biológiai Fizika és Kvantumrendszerek Fizikája Doktori Iskola

Témavezető: **Ván Péter**[1]

Téma: Nemlokális kontinuumok egyensúlyainak stabilitása

[1]Wigner Fizikai Kutatóközpont RMI, Elméleti Fizika Osztály

1. Bevezetés

A doktori iskolában végzett kutatásom elsődleges célja a nemegyensúlyi termodinamikai módszertannal klasszikus folyadékok nemlokálisan kiterjesztett fejlődési egyenleteinek származtatása. Elérendő cél továbbá megismerni ezen egyenletek egyensúlyi megoldásainak stabilitását, elsősorban klasszikus gravotermikus rendszerek esetén, ahol az ismert megoldásokkal és stabilitási kritériumokkal való kompatibilitás egy ellenőrzési opció. Továbblépési lehetőség a kontinuumegyenletek generikus stabilitásának vizsgálata, illetve a módszertan relativisztikus és kvantumos kiterjeszthetőségének elemzése.

2. Az aktuális félévben elvégzett kutatások ismertetése

A doktori képzés harmadik félévében a kutatási tevékenységem a különböző típusú hővezetési modellek, mint például a Jeffreys, Burgers, Guyer–Krumhansl stb. egyenleteinek lineáris stabilitásvizsgálatára irányult.

2.1. Elméleti háttér

A hővezetési elméletekben a belső energia mérlege a kiindulópont. Ez az alábbi formában írható fel:

$$\rho\dot{e} + \partial_i q^i = 0, \tag{1}$$

ahol a pont a szubsztanciális időderiváltat jelöli, $\dot{e} = \partial_t e + v^i \partial_i e$, ∂_i a térderivált, ρ a tömegsűrűség, e a fajlagos belső energia, és q^i a hőáram, valamint $i = 1,2,3$.

Az anyagi tulajdonságok meghatározása a következő módon történik: Az állapotegyenlet határozza meg az entrópiasűrűséget a termodinamikai állapottér változóinak függvényében. A klasszikus Fourier-elméletben ez a kalorikus állapotegyenlet, amely $e = cT$ formában van megadva, ahol T a hőmérséklet és c a hőkapacitás. Esetünkben ez kiterjesztett formában, ahol az entrópia függ a belső energiától, a hőáramtól (q^i), valamint a hőáram fluxusától (Q^{ij}) is, az alábbiak szerint:

$$s(e, q^i, Q^{ij}) = s^{(eq)}(e) - \frac{1}{2\rho} q^i m_{ij} q^j - \frac{1}{2\rho} Q^{ij} M_{jilk} Q^{kl}. \tag{2}$$

Az entrópiaáram várhatóan nulla, ha q^i és Q^{ij} nullák, ezért a következő formában írhatjuk fel:

$$J^i(e, q^i, Q^{ij}) = b^i_j q^j + B^i_{kj} Q^{jk}, \tag{3}$$

ahol a b^i_j és B^i_{kj} együttható függvények az úgynevezett Nyíri-szorzók.

Ha a hőáramot (q^i) alapmezőnek tekintjük, akkor a következő lépés ennek evolúciós egyenletének származtatása, valamint az konstitúciós függvények segítségével a Nyíri-szorzók meghatározása. Mivel a konstitúciós függvények határozzák meg az anyagi tulajdonságokat, ezért korlátozza őket a termodinamika második főtétele, az entrópiamérleg:

$$\rho\dot{s} + \partial_i J^i = \Sigma \geq 0. \tag{4}$$

Az entrópiaprodukcióra vonatkozó egyenlőtlenség lineáris megoldása a következő formában írható fel:

$$\begin{pmatrix} m_{ij}f^j - \partial_j b_i^j \\ b_k^j - \frac{1}{T}\delta_k^j \\ M_{lmvw}F^{wv} - \partial_w B_{lm}^w \\ B_{op}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{11}L_{ia} & {}^{12}L_{ic}^{b} & {}^{13}L_{ide} & {}^{14}L_{igh}^{f} \\ {}^{21}L_{ka}^{j} & {}^{22}L_{kc}^{j\ b} & {}^{23}L_{kde}^{j} & {}^{24}L_{kgh}^{j\ f} \\ {}^{31}L_{lma} & {}^{32}L_{lmc}^{b} & {}^{33}L_{lmde} & {}^{34}L_{lmgh}^{f} \\ {}^{41}L_{opa}^{n} & {}^{42}L_{opc}^{n\ b} & {}^{43}L_{opde}^{n} & {}^{44}L_{opgh}^{n\ f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -q^a \\ \partial_b q^c \\ -Q^{ed} \\ \partial_f Q^{hg} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

ahol $f^i = \dot{q}^i$, illetve $F^{ij} = \dot{Q}^{ij}$ szintén konstitúciós függvények.

Elemzésünk egy térbeli dimenzióra korlátozódott, a termodinamikai induktivitások így anyagi szimmetriáktól független skalárok, és feltételeztük továbbá, hogy a mennyiségek csak az x koordináta irányában változnak. Átalakítások után, valamint bevezetve a

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 & \lambda_{12} \\ 0 & \kappa_{11} & \kappa_{12} & 0 \\ 0 & \kappa_{21} & \kappa_{22} & \\ \lambda_{21} & 0 & 0 & \lambda_{22} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} L^{(1)} & 0 & 0 & -L^{(1,4)} \\ 0 & L^{(2)} & -L^{(2,3)} & 0 \\ 0 & -L^{(3,2)} & L^{(3)} & 0 \\ -L^{(4,1)} & 0 & 0 & C^{(4)} \end{pmatrix} \tag{6}$$

jelölésrendszert az együtthatókra, az entrópiára vonatkozó egyenlőtlenség lineáris megoldása a következőképpen alakul:

$$m\dot{q} - \partial_x b = -\lambda_{11} q + \lambda_{12}\partial_x Q, \tag{7}$$

$$b - \frac{1}{T} = \kappa_{11}\partial_x q - \kappa_{12} Q, \tag{8}$$

$$M\dot{Q} - \partial_x B = \kappa_{21}\partial_x q - \kappa_{22} Q, \tag{9}$$

$$B = -\lambda_{21} q + \lambda_{22}\partial_x Q. \tag{10}$$

A (7)-(10) egyenletrendszerből származtatható speciális esetek elemzése azon az elven alapul, hogy kísérleti szempontból csak azok a speciális hővezetési egyenletek életképesek, amelyek egy adott folyamat hiányában keletkeznek, amelynek létezését anyagi tulajdonságok határozzák meg. Egy tagot nem lehet önkényesen eltávolítani a (7)-(10) egyenletrendszerből, egyedül csak a termodinamikai paraméterekre vonatkozó feltételek bírnak fizikai jelentőséggel.

2.2. Konklúziók

A termodinamikai feltételek - a konkáv entrópia és a nemnegatív entrópiaprodukció - a legtöbb esetben biztosítják a homogén egyensúly lineáris stabilitását. Az esetleges megsértés azonban a legáltalánosabb szinten jelenik meg. A speciális esetek, mint a kiterjesztett termodinamika (ET) elméletei, stabilak, mert az instabilitás a hőáram diffúziójának (l_q) és a hőáram áramának diffúziójának (l_Q) nem nulla karakterisztikus hosszaival kapcsolatos, és ezek a kifejezések hiányoznak akiterjesztett irreverzibilis termodinamika és a racionális irreverzibilis termodinamika elméleteiből.

Számos ismert hővezetési elmélet evolúciós egyenletei megkaphatók az ismertetett egységes nemegyensúlyi termodinamikai elméleti keretben. Azonban több fontos esetben a kapott egyenletek degeneráltak. Például a Jeffreys-típusú egyenlet esetében az eredményül kapott három anyagi együttható nem volt független. Hasonló figyelhető meg az kiterjesztett termodinamika kilenc mező-elméletének, a Burgers-egyenletnek, és a Quintanilla-egyenletnek az eseteiben is.

3. Publikációk, konferenciák

R. Somogyfoki, A. Famá, L. Restuccia, P. Ván. Thermodynamics and Dynamic Stability: Extended Theories of Heat Conduction. (-) A kéziratot a Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics (impact factor: 6.6) folyóiratba nyújtottuk be, 2024. május 24-én. A bírálati folyamat megkezdődött, jelen beszámoló leadása előtt még nem érkezett bírálat a kéziratról.

4. Tanulmányi tevékenység

A félév során két tárgyat vettem fel és végeztem el, mindkettőt jeles eredménnyel.

A *FIZ/5/040 Az Exobolygók Kutatása* előadás keretei között csillagászati ismereteimet bővítettem. Az előadáson többek közt a terület legfrissebb eredményei is szóba kerültek, ezáltal naprakészséget biztosítva az épp folyó, vagy nemrégiben lezárt kutatásokról.

A *FIZ/3/004E Fraktálnövekedés* tárgy során egy féléves projekten dolgoztam, amelynek témája a mintázatképzés és lineáris stabilitásvizsgálat volt. Mivel a mintázatképző egyenletek a termodinamika, mint stabilitáselmélet egyik legnagyobb kihívását jelentik, a projekt témája a kutatási témámhoz és a félév során ezzel kapcsolatban végzett kutatómunkámhoz teljes mértékben passzolt. A tárgy során, szintén a fraktál-mintázatképzés és a lineáris stabilitásvizsgálat anyagrészből, egy órát is tartottam a résztvevőknek, a témában tovább mélyítve ezáltal az ismereteimet.

Somogyfoki Réka