
A KÁOSZ JELENSÉGÉNEK MEGISMERTETÉSE MÉRÉSI KÍSÉRLETTEL ÁLTALÁNOS- ÉS KÖZÉPISKOLÁBAN



ELTE

készítette:
Kemenczei Edina

Matematika-fizika osztatlan tanárképzés, V. évfolyam

Témavezető:
Tél Tamás

Konzulens:
Jánosi Dániel

Budapest,
2024 július 24.

*„Tanárnő, hírelméletet fogunk tanulni?” (Dormány Vencel, volt diákom
7.osztályos korában)*

Motiváció

A fizika tantárgy tanítása sok esetben elavult a fizikához, mint tudományhoz képest. Jellemzően a legalapvetőbb témakörökre tér ki felületesen, a 2 év általános és 2 év középiskolai tanulmányok során. Akkor is nagyrészt a klasszikus fizikát érintik főként a diákok. Ennek oka főként a kevés matematikai ismeret. Lehet-e azonban így is komplexebb rendszereket értelmezni? Dolgozatomban egy alternatív tananyag tanításával keresem a választ a kérdésre. A választott témakör a káosz jelensége, ami Magyarországon a fizika tananyagnak nem része. A dolgozatot végig úgy készítettem, hogy bárki integrálni tudja a saját fizika tanításába.

Absztrakt

Dolgozatomban egyedileg mérem egy nem hagyományos tananyag, a káoszelmélet taníthatóságát. A közoktatás különböző szintjeihez igazítva dolgoztam ki ugyanazt a tananyagot, kisebb változtatásokkal a diákcsoportok képességeihez igazítva. Magyarországon se a közoktatásban, se a felsőoktatásban nincs kiemelkedő szerepe a káoszelmélet oktatásának, annak ellenére, hogy a legalapvetőbb koncepciók és összefüggések már akár az általános iskolai fizika ismeretek alapján is elsajátíthatók. Ennek igazolására és alkalmazására készítettem egy 6 órás tananyagot. A mérés célja, hogy megvizsgáljam, hogy tanítható-e a kidolgozott tananyag, illetve a tantárgyhoz való hozzáállásuk javul-e a diákoknak. A mérést elsőnek egy általános iskolai 8. osztályban majd egy középiskolai 11-es osztályban végeztem. A kísérletben a tanulókkal megismertettem a káoszelmélet alapjait. Három legfontosabb jellemzője: a kaotikus mozgás nem ismétli önmagát, kezdőfeltételekre érzékeny és a fázistérben fraktál szerkezet jellemzi. A tanórákra demonstráció céljából bevittem különböző ingákat: matematikai ingát (nem kaotikus), mágneses ingát (kaotikus) és kettős ingát (kaotikus). Ezeknek a mozgását megfigyeltük és felírtuk a „mozgásegyenleteket” a diákok szintjének megfelelően. A Tracker program segítségével méréseket végeztünk a mágneses inga mozgását vizsgálva, a korcsoportoknál azt változtatva, hogy míg a nyolcadikos korosztálynál a videóanalízist közösen végeztük, addig a tizenegyedikeseknek hagytam az önálló munkát. A mérések során jegyzőkönyv készítésre is megtanítottam a tanulókat. A mérésekkel beláttuk, hogy a mozgás kaotikus jellege megfigyelhető. A zárás egy fraktálokról szóló óra volt mind a két csoportban, ahol egy 45 perces előadás során megismertettem a fraktálokat, kitérve arra, hogy nem minden fraktál jellemzi a kaotikus mozgásokat. Kétféle tesztet írtam a diákokkal, az attitűdjükre, illetve a tudásukra vonatkozóan. A tesztek tanítási folyamat elején és végén is megírásra kerültek. Az eddigi mérések azt igazolják, hogy fejlődött a tudásuk, azaz lehet érthetően tanítani különböző szinteken is a kaotikus rendszereket, illetve érdekesebbnek is bizonyult számukra a fizika tantárgy a tanulási folyamat végére.

1. Bevezetés

Dolgozatomban a káosz jelenségének különböző iskolai szinteken, nyolcadikos és tizenegyedikes osztályokban való taníthatóságát vizsgálom és egy általam kidolgozott módszert próbálok ki két szinten is a közoktatásban. Magyarországon csak néhány kísérlet létezik arra, hogy középiskolás osztályokban különböző eszközökkel vezessék be a diákokat a káosz jelenségébe [1,2,3], azonban az általános iskolás szinten még senki sem próbálta meg. Célom, hogy a mai oktatástól eltérő módon tanítsak egy nem hagyományos jelenséget, ezzel a diákokat közelebb hozva a természettudományos gondolkodáshoz és a fizika tantárgy megszeretéséhez.

Az iskolai fizika oktatás jellemzően, hogy egy egyetemi oktatómat idézzem: „szöveges matematika feladatok megoldása”¹. Egy átlagos diák fizika füzetében biztosan rengeteg szöveg és az azt követő számolási példák sorakoznak. A fizika tantárgy oktatása számolási példák megoldására orientált. Évek óta így néz ki az oktatás, elég, ha megnézünk egy emelt fizika érettségit, ami a 100 pontból 47-et az összetett számolási feladatra ad, emellett pedig az esszéként ismert feladatrész, ahol a diák önállóan próbál egy jelenségről beszélni az csak 23 pontot ér. Számoljunk! Közel az írásbeli felén a számolási készségeit mérik egy tanulónál fizika emelt érettségien és nem matematikából! Igen az fontos, hogy az adott tanuló jól szerepeljen a számonkérésen, hiszen a felvételin is beszámítanak ezek a pontok, de erre készülhetünk a fakultációs órákon is. A diákok általában tanulnak egy jelenségről, aztán ha szerepelt képlet, akkor ahhoz kapnak egy idealizált példát, ezt megoldják egy dolgozatban az addig elhangzott részből, aztán ez ismétlődik, ameddig fizika órára kell bejárni. Ilyen idealizált példa lehet például a lejtőnél a súrlódás elhanyagolása vagy hajításoknál a közegellenállás elhanyagolása.

A diákok természettudományos szemléletének kialakulását és fejlődését nem minden esetben támogatja, hogy egy kész képletet használnak, amit a tanár felírt párszor a táblára vagy éppen kikeresik a függvénytáblából azt, amiben a keresett betű szerepel, például a jelenséget rosszul értelmezve egyes tanulók az egyenes vonalú egyenletes mozgást használják az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás helyett. Tanórai önálló feladatmegoldásnál, az otthonra feladott házi feladat vagy számonkérés esetén a betanult képleteket alkalmazzák gépiesen. Képleteket, és nem összefüggéseket, mert nem értő módon használják az összefüggéseket, hanem a képletet „magolják be”. A gondolkodás és a felfedezés élménye elveszik nagyon könnyen egy ilyen frontális oktatás forma során. Tapasztalások során könnyebben megismerjük

¹ Keleti Tamás, analízis tantárgy

a minket körülvevő világot, így nagyon fontosnak tartom a fizika órákon a kísérleteket legalább annyira, mint a számolási feladatokat. Kísérletek esetén is azokat preferálom, amit diákok saját maguk végeznek el.

Azok, akiket sokat emlegetünk a fizika történeti vonatkozásokban: Arkhimédész, Newton és még sokan mások, ugyanúgy kísérleteztek, gondolkoztak és úgy jutottak el arra az eredményre, ami miatt a mai napig emlékszünk rájuk. A saját tanóráimon is fontosnak tartom a felfedezés élményét, az adott témakörben hétköznapi gyakorlatokat. Korábbi diákjaimhoz például bevittem egy fázisceruza, amikor az elektromosság témaköréről beszéltünk. Egyik diákom hazavitte, és elmesélte, hogy az édesapja tényleg fordítva kötötte be az egyik konnektort az otthonukban. Ez mind azért derült ki, mert a tanuló hazavihette az eszközt és önszorgalomból kiderítette. Körülvesz minket a természet, amit próbálunk megismerni a legapróbb részletétől a legnagyobbig. Szeretnénk megérteni a minket körül vevő dolgokat. Amikor még nagyon kicsi gyermekek vagyunk a legsűrűbben kimondott szó ebben a korszakban a miért, fiatalon pedig kíváncsiak vagyunk és mindent tudni akarunk. A legtöbb jelenségre a fizika tud is magyarázatot adni.

Miért éppen a káoszelméletet választottam? Korábban egy rendezetlen mozgásra azt mondták, hogy furcsa és annyiban hagyták. Ellenben, ha jobban megfigyeljük akkor találhatunk magyarázatot [4]. A jelenség értelmezése egyáltalán nem része a magyar tananyagnak. A diákok ebben a korosztályban könnyebben tanulnak szemléltetés alapján, és a kaotikus mechanika is egyszerűen demonstrálhatónak bizonyult például mágneses ingával és kettős ingával. Azt tapasztaltam, hogy a látvány megmaradt számukra, hiszen azt kellett érzékelni, hogy a mozgás furcsa és szokatlan. Nem ismételte magát a rendszer, ha kicsit elmozdítottuk máshogy történt a mozgás. A jelenség magyarázatában lehetőleg minimalizáltuk a számolásokat, könnyen integrálható volt a számítógépes programok használatával (Tracker és Excel). A függvényeket kirajzolta a számítógép így nekünk csak értelmeznünk kellett a diagramokat, vagyis igazából a jelenség fizikáját.

1.1 A káosz jelenségéről

Minden évben az új diákjaimnak felteszem a kérdést: „Mi a fizika?” természetesen nincs jó válasz, bármit mondhatnak, hiszen „brainstormingolunk”. Én azt szoktam mondani a végén, hogy a minket körülvevő világot törvényekkel leírja. Így már van is valami értelme, hogy miért

kell fizikát tanulniuk. A dolgozat elolvasása előtti kérdés pedig az lehet, hogy: „Miért is kell káoszt tanítani?”

A természetben nem minden mozgás „szép” szabályos, vannak rendezetlen jelenségek akár a hétköznapiakban is. A szabályos és kaotikus mozgás közötti kapcsolatot mutatja az 1. táblázat.

1. táblázat: A szabályos és kaotikus mozgás összehasonlítása, [5]-ből átemelt táblázat

Szabályos mozgás	Kaotikus mozgás
ismétlődő	szabálytalan
előre jelezhető	előre nem jelezhető
egyszerű geometriájú	bonyolult geometriájú

A szabálytalan, előrejelezhetetlen és bonyolult jelzők pont jól jellemzik a káoszelméletről egy átlagos emberben kialakult képet. Viszont, ha átvisszük ezt az egészet a hétköznapiakba már nem is lesz ez annyira idegen. Megnézünk a televízióban egy billiárd mérkőzést, ahol a golyók egymásnak ütköznek: ez kaotikus mozgás. Ezt megunva átkapcsoljuk egy másik csatornára, ahol éppen reklám megy egy turmixgépről, ahol éppen epres tejturmix készül: ez is kaotikus. Megyünk tovább a csatornák között láthatunk az időjárás jelentésben mozgó felhőket: ez is kaotikus. Végül egy kézműves csatornán egy márványozásról szóló adást látunk: ez is kaotikus. A TV-t kikapcsolva nem is érzékeljük, de ez mind kaotikus rendszerekről szólt, csak éppen ezt nem mondja senki az elején, hogy ma káosz jelenségével foglalkozunk. Egyszerűen azt látjuk, hogy a billiárdgolyó begurult a lyukba az ütközések után, a turmix elkészült, megtudtuk, hogy holnap se fog esni és elkészült a márványozott festmény. Miért is ne akarnánk megérteni ezt?

A kaotikus rendszerek egyik tulajdonsága, hogy érzékenyek a kezdőfeltételekre [5], tehát ha nem pontosan ugyanabban az elrendezésben és ugyanúgy lövük meg a billiárdgolyót az sose fog ugyanúgy célba érni. A festmény se lesz még egyszer ugyanolyan, ha nem ismétlünk meg mindent pontosan, és itt nem elég az, hogy nagyjából ugyanabba a sarokba tettem a festéket, mert eltérő eredményeket adhat már az is.

1.2 A tanítási modul fő eleme

A kezdőfeltételre való érzékenységet többféle módszerrel érzékeltetjük: megfigyeléssel, videofelvételekkel, ezeknek, mint méréseknek digitális kiértékelésével és összevetésével. E mozzanatok nagy részét a diákok végzik, s két különböző korosztályban is sikeresen kivitelezhetőnek bizonyult. A közelről indított kaotikus mozgások idősorait egyszerre mutató ábrázolást fáklyadiagramnak nevezik, ugyanis a káosz lényegéből adódóan a grafikonok rövid időn belül szétválnak, s a fáklyaláncához hasonlóan széles csóvát alakítanak ki. Ez egyben a káosz előrejelezhetetlenségének igazolása, hiszen a közelről indítást kezdetben érvényes pontosságként lehet értelmezni, ami azonban a csóva kialakulásával későbbi jelentős bizonytalanságra utal. Kísérletekben egyszerre történő indítás nem lehetséges, de az egymás utáni, közel azonosan induló mozgások videofelvételeinek egyszerre történő lejátszása, vagy adataiknak egymással történő összevetése kísérleti megvalósításnak felel meg. Ennek diákokkal történő elvégzése tudomásom szerint nemzetközi szinten is az egyik első. A mérés a Tracker programmal történik, az adatok kiértékelése Excellel. A konkrétan használt kaotikus rendszer a mágneses inga, melynek mozgását felülnézetből követjük. Mind a fáklyadiagram fogalma, az annak előállítási folyamata, mind a játéknak is tekinthető mágneses inga használata közel állónak bizonyult a diákokhoz. A hazai gyakorlatban eddig egyetlen hasonló kísérlet ismert, a kettős lejtőn pattogó labda két mozgásának összehasonlítása Trackeres mérésben [3].

1.3 A fraktálokról

A káosz jelensége mellett a 13-16 év közötti diákjaimnak azt is érthetővé tettem, hogy egy bonyolultabb matematikai alakzat, a fraktálok megismerése is része lehet a fizika tantárgynak. A legfontosabb az önhasonlóság megértése. Leginkább a szemlélet elraktározása, például ha látnak egy Koch-görbét tudják, hogy az egy fraktál. Az elkészítése akár számítógépekkel, akár más módon is nagyon érdekes a korosztály számára.

A fraktálok fontos szerepet játszanak a káoszelmélet leírásában, lásd Edward Ott munkásságát [6]. A fraktálok önhasonló matematikai alakzatok, ezek lehetnek szakaszokkal tagolt síkidomok, görbék sokasága [4]. Egy négyzetre van jól ismert terület és kerület képletünk, a kocka felszínét és térfogatát ugyanúgy pontosan meg tudjuk határozni. A fraktál szó a latin fractus szóból ered, aminek a jelentése törés, ez a fraktálok törött vonal jellegére utal, igaz nem minden fraktál törött vonalakból áll, vannak olyan alakzatok, amelyek más határvonallal, esetleg kitöltve jelennek meg a síkban vagy a térben. A fraktáloknál a finom

darabolással csak közelíteni tudunk sík esetén a terület és terület mérőszámához, térbeli fraktáلالakzatnál pedig a felszín és térfogat mérőszámához. A mérőszám az egyre kisebb tagolással változik, így minden esetben a kisebb részletek vizsgálásával egyre pontosabb értéket kaphatunk, vagyis elméletileg sem lehet képletünk a kerületre vagy területre. A tanítási modulban a fraktálok káosszal kapcsolatos előfordulásáról a márványozás és keveredés kapcsán van szó.

2. A tanítási folyamat

Mindvégig úgy van írva a dolgozat ezen része, hogy bárki ha magához veszi, tudja alkalmazni a saját fizikatanításában. A következőkben tanmenetet, óraterveket és személyes tapasztalatokat írok le.

Mind a két korosztályban ugyanazon tanmenet szerint haladtam, ezt szemlélteti a 2. táblázat, heti 2 órára tervezve, nem természettudományos tagozatú osztályokban. A tananyagot így, ebben a bontásban dolgoztam fel a diákokkal három hét alatt. Teljesen új témakör, előzetesen egyik csoport se tanult modern fizikát, se a newtoni elméletektől eltérő nézetet, így az elsődleges feladat az új szemlélet kialakítása, majd a jelenségek értelmezése volt. A tananyag legfontosabb része a mérési kísérlet a mágneses ingával, ennek részletesebb kifejtése későbbi fejezetben olvasható.

2. táblázat: Az alkalmazott tanmenet.

Ssz.	Az óra témája	Célok, feladatok	Ismeretanyag
1.	Bevezetés a káoszba. Hogyan is definiáljuk?	Elkülöníteni a korábbi ismeretektől. Különbségek megértése az eddigi mozgások között: periodikus rendszerek kinematikája.	Kaotikus rendszerek fogalma.
2.	Mechanikai problémák I.	Kettős inga, mágneses inga mozgásegyenletének értelmezése. Szigorúan csak az erőket felírni és nem differenciálegyenleteket bevezetni.	Kettős inga, mágneses inga fogalma. Mozgásegyenletek.
3.	Mechanikai problémák II.	Kísérlet I: Tanári kísérlet. A mágneses inga mozgásának leírása x-t diagrammal.	A kaotikus rendszereket leíró grafikon mássága a x-t, v-t, a-t grafikonoktól, Tracker program használata [7].

4.	Mechanikai problémák III.	Kísérlet II: Kiértékelése az előző órán kapott mérési eredményeknek.	A Tracker program és az Excel táblázatkezelő használata.
5.	Természet és káosz, avagy mire jó ez?	Egészen hétköznapi példától az extrém esetekig.	A klímában szereplő tényezők megismerése. Pillangó-effektus [4].
6.	További érdekességek a témakörben	Fraktálok elemi szinten való megismerése, érdekességek és kapcsolat a káosszal.	Mi az a fraktál? Matematikai történelmi kitekintő.

A tanmenet egyáltalán nem kötött. Az első alkalommal például, amikor az általános iskolásoknak tanítottam, a méréseket megelőzte a fraktálokról szóló előadás, a diákok ugyanúgy értették az anyagot, ahogy elvártam az eredeti terv alapján is.

2.1 Az első hét

Az első alkalom bevezető és ismertető jellegű, mivel korábban a káosz elmélet jelenség szinten sem része a magyar tananyagnak, emiatt minden fogalom a témakörben új lesz a diákok számára. A későbbi tovább haladáshoz szükségesek a biztos alapok, tehát biztos tudást kell átadni a tanulóknak. Ennek a bloknak az első két 45 perces tanóra vonatkozó leírását mutatja be a 3. és 4. táblázat.

1. óra: A káosz jelensége

3. táblázat: A tanmenet első órájának részletes leírása.

Időkeret	Az óra menete	Nevelési-oktatási stratégia			Megjegyzések
		Módszerek	Tanulói munkaformák	Eszközök	
1.perc	Óra eleji jelentés	megbeszélés	-	-	-

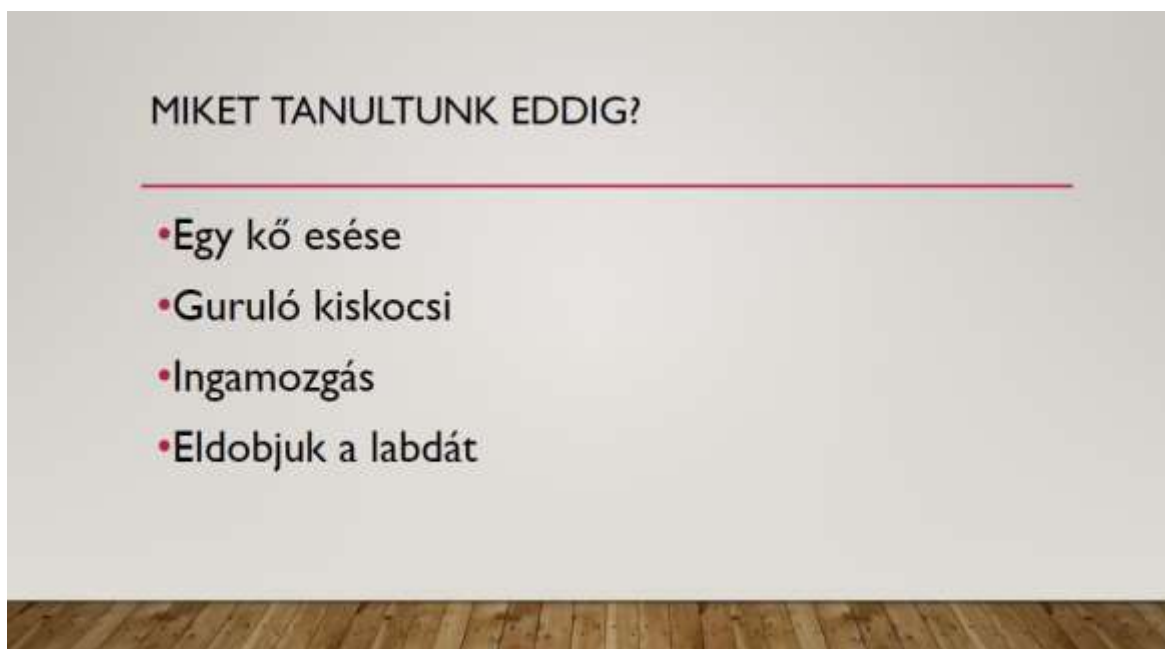
2.- 7. perc	Felmérő kitöltése	teszt	megfigyelés	önálló munka	előre megírt tesztek	Feltehető, hogy fogalmuk sincs, illetve rosszabb esetben a hétköznapi értelemben használt káosz szóval azonosítják a fizikai jelenséget.
8.- 13. perc	„Brainstorming” a káoszról		vita	vita	-	-
14.- 40. perc	Az előkészített prezentáció megtartása, kísérettel. Bevezetés a kaotikus rendszerekbe.	ppt	frontális oktatás	figyelem	előre elkészített PowerPoint prezentáció, mágneses inga, kettős inga	A dia saját felhasználásra készült, később átalakítható
41.- 45. perc	Az eddig tanultak összefoglalása.		megbeszélés	megbeszélés	-	-

Az első óra 14.-40. percében szereplő prezentáció néhány fontosabb eleme:



1. ábra: Az első óra prezentációjának címdiája.

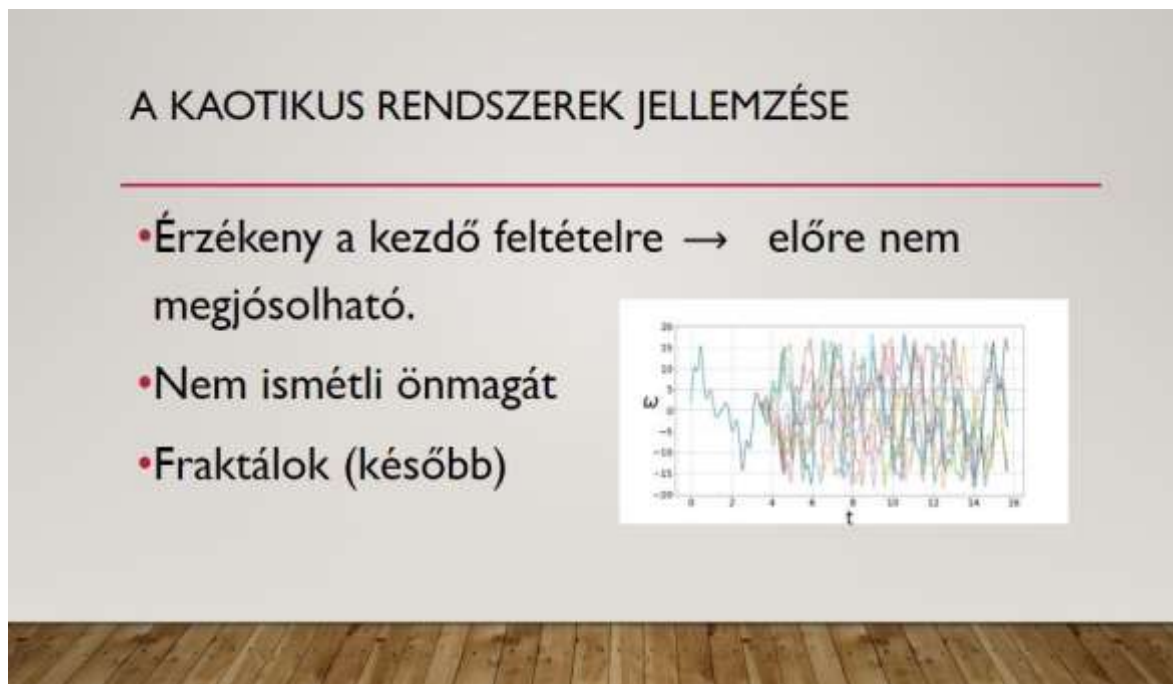
A címdia pozitív reakciókat váltott ki, a közös ötletelés ideje alatt végig ki volt vetítve. A tesztek kitöltése után vetítettem ki, a diákok nagyon nevettek és szórakoztatónak találták a címet, különböző megjegyzéseket tettek a cím és az osztály viselkedése közötti párhuzamokra. Így a kíváncsiságuk már adott volt az új ismeretanyaghoz.



2. ábra: A korábban tanult mozgás típusok felsorolása.

Segítség volt nekem a felkészülésben, hogy összeszedtem, hogy eddig miket is tanultunk, milyen jellegű mozgásokat mondhatok, a diákjaim pedig könnyebben tudták így felidézni az eddig tanultakat. A 2. ábrán felsorolt kísérletek végig olyan kísérletek, amiket a diákokkal elvégeztem korábbi tanulmányaik során, nem volt jellemző a tanári kísérlet, mindig a diákokkal közösen végeztem el a kísérleteket. Amikor a szabadesésről tanultunk a diákok ejtették a tárgyakat és mérték a szükséges adatokat. Az ingamozgás vizsgálatát feladatlap alapján a diákoknak kellett elvégezni mérőpárokban. Az „Eldobjuk a labdát” arra utal, hogy különböző hajításokról tanultunk, csak jelenség szinten, hiszen ez már a nyolcadikosoknál a matematikai alapok hiánya miatt máshogy nem valósulhatott volna meg. Az eddig tanultak felidézését követte a tanulási folyamatban a mágneses inga és a kettős inga vizsgálata, amiket mindkét korosztály esetében bevitettem az osztályterembe is kipróbálni.

A kaotikus rendszerekbe való átvezetéshez kellett egy logikai kapcsolat, hogy miért nem elég nekünk az eddig tanult formalizmus a minket körülvevő világ megértésére. Itt a korábbi történelmi tapasztalatokat használtam, például, hogy a gőzenergiáról miért váltottunk villamos energiára, vagy hogy miért létezik a modern fizika. A mondandómban végig el volt rejtve, hogy legyünk kíváncsiak a világunk és járjunk nyitott szemmel.



3. ábra: Kaotikus rendszerek meghatározó tulajdonságai. Az ábra egy példaként használt numerikusan előállított fáklyadiagram.

A felsorolásban az általános iskolai korosztálynak az első két jellemzőre koncentráltan érzékeltettem ezt a klasszikus rendszerektől eltérő új rendszertípust. A fraktálokat a magasabb matematikai ismeretek és a rossz berögződések elkerülése végett külön, és a tanulók szintjéhez mérten felületesen vettük. A 3. ábrán szereplő diagram megelőlegezte a később elkészült munkánkat. A közoktatásban részt vevő tanuló csak az idővel, mint változóval tud dolgozni jelenlegi ismeretei szerint. Fázistér ábrát nem látnak, és annak bevezetése 6 órára sok lett volna.



4. ábra: A hétköznapi életben megjelenő káoszra szemléletes példák², megelőlegezve az 5. óra anyagát.

A tanulói kísérlet előkészítéseként tanulmányoztuk, hogy a közel ugyanonnan indított kettős ingák esetén teljesen más mozgást lehet megfigyelni. Ehhez többször egymás után felvettük videóra az inga mozgását. Több videót egymás mellett lejátszva látszik a különbség a kicsit másképpen indított kettős ingák között. Az interneten szintén vannak fent videók, így nem lenne muszáj a különböző ingákat bevinni, de a diákoknak jobb saját maguk által megtapasztalni a folyamatokat.



5. ábra: A kettős inga mozgásának egy pillanatfelvétele.

² Az órai prezentációba az [5] dolgozatból emeltem át képeket.

2. óra: Matematikai inga, kettős inga és mágneses inga

4. táblázat: A tanmenet második órájának részletes leírása.

Időkeret	Az óra menete	Nevelési-oktatási stratégia			Megjegyzések
		Módszerek	Tanulói munkaformák	Eszközök	
1.perc	Óra eleji jelentés	megbeszélés	-	-	-
2.- 7.perc	Az előző órán elhangzottak összefoglalása.	megbeszélés, rendszerezés	frontális munka	az előző órán vetített prezentáció	
8.- 12.perc	Újra elővenni a mágneses ingát és a kettős ingát, hogy a diákok maguk is kipróbálják.	tanári magyarázat	megfigyelés, tanulói alkalmazás		
12.- 27.perc	Az eddig tanult rendszerek mozgás egyenletének felírása	megbeszélés	megbeszélés		
28.- 39. perc	Márványozás technikáról videót nézni.	tanári magyarázat	megfigyelés	videó ³	A videó maga 10 perc hosszú, de technikai problémákkal számolva, illetve néha megállítva, hogy belemagyarázhasson a tanár is
40.- 45.perc	A Tracker program bemutatása, mi várható a következő órán.	tanári magyarázat	megfigyelés	Tracker program	

³ <https://www.youtube.com/watch?v=1dbEpjuxcNM>

2.2 A második hét

A következő tanítási egység lebonyolítását ismerteti az 5. és 6. táblázat. Ez a hét a legfontosabb rész, mind a tanítási kísérlet, mind pedig a jelenség oktatásának szempontjából. Itt kapják meg a tanulók a lehetőséget, hogy maguk kísérletezzenek, illetve végezzék el a mérést.

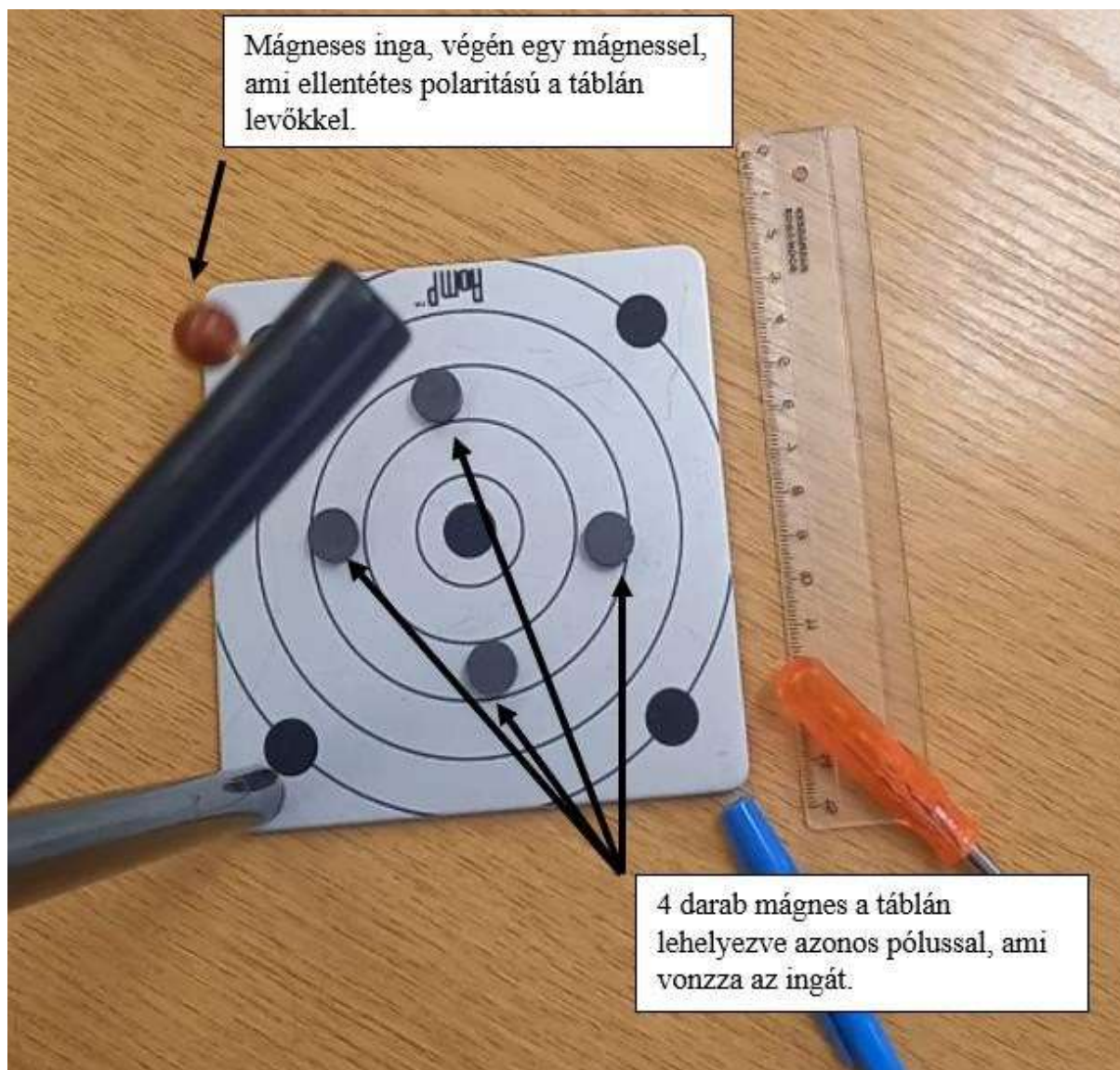
3. óra: Mágneses inga mérése I.

5. táblázat: A tanmenet harmadik órájának részletes leírása.

Időkeret	Az óra menete	Nevelési-oktatási stratégia			Megjegyzések
		Módszerek	Tanulói munkaformák	Eszközök	
1.perc	Óra eleji jelentés	megbeszélés	-	-	-
2.-15.perc	Több kísérlet felvétele a diákok segítségével a mágneses ingáról. Közben elkezdni a kísérletről jegyzőkönyvet írni.	tanári irányítás	tanulói alkalmazás	mágneses inga, mobiltelefon vagy bármilyen videó készítésre alkalmas eszköz.	A kísérlet nagy részét a diákok végzik, a tanár csak a háttérben van és segít az esetleges problémáknál. A jegyzőkönyv készítése egy későbbi fejezetben olvasható.
15.-20.perc	Az elkészült videók feltöltése számítógépre és megnyitása a Tracker programban.	tanári irányítás	tanulói alkalmazás	Számítógép, Tracker	A videókat akár a diákok is feltölthetik, a videókat meg kell nézni, hogy nem alacsony-e a felbontásuk, illetve végig stabil volt a felvevő.

25.- 45.perc	Tracker programban megfelelő diagram elkészítése	a	tanári irányítás	tanulói alkalmazás	Tracker program	
-----------------	--	---	---------------------	-----------------------	--------------------	--

A 2.- 15. percg említett mágneses inga kísérleti összeállítása:



6. ábra Nyolcadik osztályban elvégzett kísérlet a mágneses ingával osztálytermi környezetben.

A 6. ábrán nem csak a kísérleti eszköz szerepel, hanem különböző más fontos tárgyak. A vonalzót lehelyeztük, hogy a megfelelő méretet tudjuk a Tracker programba bevinni. A csavarhúzó és a toll megjelölték a diákok számára, hogy hol volt korábban a kezük, így a kaotikus rendszerek korábban tanult egyik legfontosabb tulajdonságát tudtuk igazolni, vagyis

hogy érzékenyek a kezdőfeltételekre. Az egységek részletezése a dolgozat későbbi fejezeteiben kerül kifejtésre.

4. óra: Mágneses inga mérése II.

6. táblázat: A tanmenet negyedik órájának részletes leírása.

Időkeret	Az óra menete	Nevelési-oktatási stratégia			Megjegyzések
		Módszerek	Tanulói munkafarmák	Eszközök	
1.perc	Óra eleji jelentés	megbeszélés	-	-	
2.- 15.perc	A kapott diagrammok Tracker-ben történő elemzése	tanári irányítás	tanulói alkalmazás		
16- 36.perc	Az adatok átvitele az Excel programba és fákladiagram készítése	tanári irányítás	tanulói alkalmazás		
36.- 45.perc	A jegyzőkönyv kitöltése.	frontális óra	aktív figyelem		

2.3 A harmadik hét

Az utolsó hét ütemterve a 7. és 8. táblázatokban található. Ez a két óra összegzésre, illetve kiegészítésre alkalmas a tanulók számára.

5. óra: Káosz a hétköznapiakban

7. táblázat: A tanmenet ötödik órájának részletes leírása.

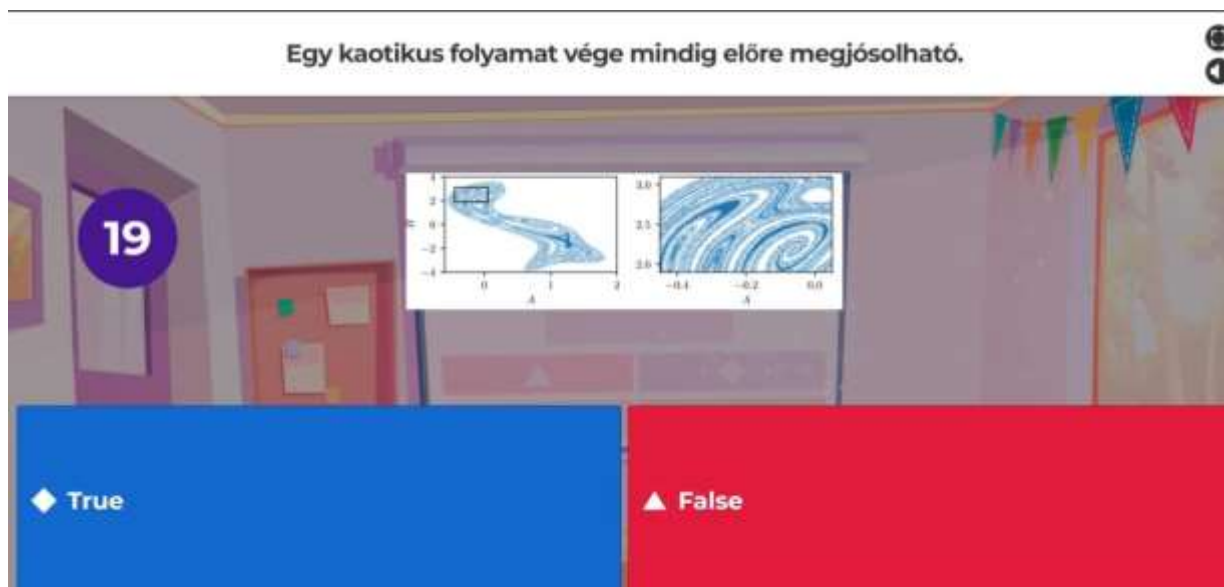
Időkeret	Az óra menete	Nevelési-oktatási stratégia			Megjegyzések
		Módszerek	Tanulói munkaformák	Eszközök	
1.perc	Óra eleji jelentés	megbeszélés	-	-	
2.-12.perc	Az elmúlt órák tapasztalatainak az átbeszélése.	összefoglalás, rendszerezés	tanári magyarázat	-	
13.-25.perc	Rövid videó megnézése. ⁴	tanári magyarázat	aktív figyelem	projektor, hangfal	A videó hossza 4 perc, de közben érdemes megbeszélésekkel számolni. Illetve kisebb korosztály miatt az angol nyelv magas szintű ismeretét nem feltételezve a videó fordítása.
26.-36.perc	Az első órán mutatott prezentáció újbóli bemutatása. A márványozás, turmixgép esetének részletesebb tárgyalása.	tanári magyarázat	aktív figyelem	projektor	-
37.-45.perc	Kahoot játék az eddig tanultakból. Kaotikus vagy nem kaotikus?	tanári irányítás	önálló munka	a tanulók saját telefonja/ iskolai eszközök, projektor, Kahoot internetes felület	-

A 37. -45. percben tartott Kahoot játék ellenőrző célt szolgált. A játék 6 kérdést tartalmazott, egyrészt igaz-hamis kérdéseket, illetve több válasz közül kellett kiválasztaniuk az egyetlen helyes megoldást a diákoknak. Itt kettőt mutatunk be:

⁴ <https://www.youtube.com/watch?v=EoYSToa2Yfw>



7. ábra: A Kahoot teszt egyik négy válaszlehetőségből álló kérdése.



8. ábra: A Kahoot teszt egyik igaz-hamis kérdése.

Nagyon sok kérdésre, mint a 8.ábrán is látható, mindenki tudta a helyes választ, innen is már tudtam arra következtetni, hogy a diákok sok mindent megértettek a tanultakból, illetve, hogy javulás várható a korábbi felmérő tesztek eredményeihez képest. Az első három helyen végző tanulót jeles érdemjeggyel díjaztam.

6. óra: Fraktálok

8. táblázat: A tanmenet hatodik órájának részletes leírása.

Időkeret	Az óra menete	Nevelési-oktatási stratégia			Megjegyzések
		Módszerek	Tanulói munkaformák	Eszközök	
1.perc	Óra eleji jelentés	megbeszélés	-	-	-
2.-29.perc	Fraktálokról szóló prezentáció levetítése.	frontális óra	figyelem	prezentáció	-
30.-40.perc	Számoló pálcikákkal, gyurmával saját fraktálok készítése	feladatlap	páros munka	számoló pálcikák, gyurma, fraktálokkal kapcsolatos lapok.	Előre kiosztani képeket inspirációnak és az órán tanult fraktál fogalmat gyakorlatban elsajátítani. Koch-görbe készítése. Egy sziget hosszának a lemérése.
40.-45.perc	Felmérő teszt kitöltése	megfigyelés	önálló munka	előre megírt tesztek	-

A két diákcsoport között a matematikai kompetenciák különböző szinten vannak, tizenegyedikeseknél a téma kiegészíthető az exponenciális jelleggel, illetve a levezetésekkel. A nyolcadikos diákoknál a szemléltetés, illetve ismeret szinten mélyült el az óra. A 2.-29. percben szereplő prezentáció címdala a 9. ábrán látható.

A két tanuló csoport között különbséget tettem, mivel egy nyolcadikos diák még nem találkozott a logaritmus definíciójával, így annak az említését elhagytam a tanórából, velük fraktálokat raktunk ki pálcikákból, illetve további fraktál ábrákat néztünk az interneten. A nagyobb korosztály viszont érdeklődő volt, és már rendelkeztek a szükséges matematikai alapokkal, így velük a végig tudtam tanulmányozni a levezetést, igaz a konvergencia és valamihez tartás még nem került elő a tananyagban nekik, így arról felületesen tudtam csak beszélni. A levezetés egy részletét a 10. ábrán mutatjuk be.

FRAKTÁLOK

Hagyományos alakzatoknak jól definiált a területe, kerülete (vagy felszíne, térfogata)

Ezt egyre pontosabban megkapjuk, ha egyre jobb felbontással mérjük

Pl. kör kitöltése négyzetekkel ("dobozokkal")

Ezt egy bonyolultabb matematikai összefüggés írja le.



9. ábra: A fraktálokról szóló prezentáció bevezető diája.

A szakaszméret $a = r^n$, ahonnan a görbe hossza (kerülete) az n -edik lépésben:

$$K(a) = 4^n r^n = 4^{\ln a / \ln r} a = a^{\ln 4 / \ln r} a = a^{1 + \ln 4 / \ln r}$$

$$\text{Az átalakítás: } a^{\ln b / \ln c} = e^{\ln a^{\ln b / \ln c}} = e^{\ln a \ln b / \ln c} = e^{\ln b \ln a / \ln c} = (e^{\ln b})^{\ln a / \ln c} = b^{\ln a / \ln c}$$

$$\text{Tehát az exponens } \gamma = -\left(1 + \frac{\ln 4}{\ln r}\right) = \frac{\ln 4}{\ln 1/r} - 1 > 0 \quad \text{ha } \frac{1}{4} < r < \frac{1}{2},$$

vagyis ekkor a Koch-görbe hossza tényleg nő a felbontással

Ha $r = 1/4$, akkor a görbe egy sima vonalba megy át, ahol $\gamma = 0$, vagyis K egyértelmű

10. ábra: Részlet a 11-eseknek szóló levezetésből.

3. A mágneses inga mérése

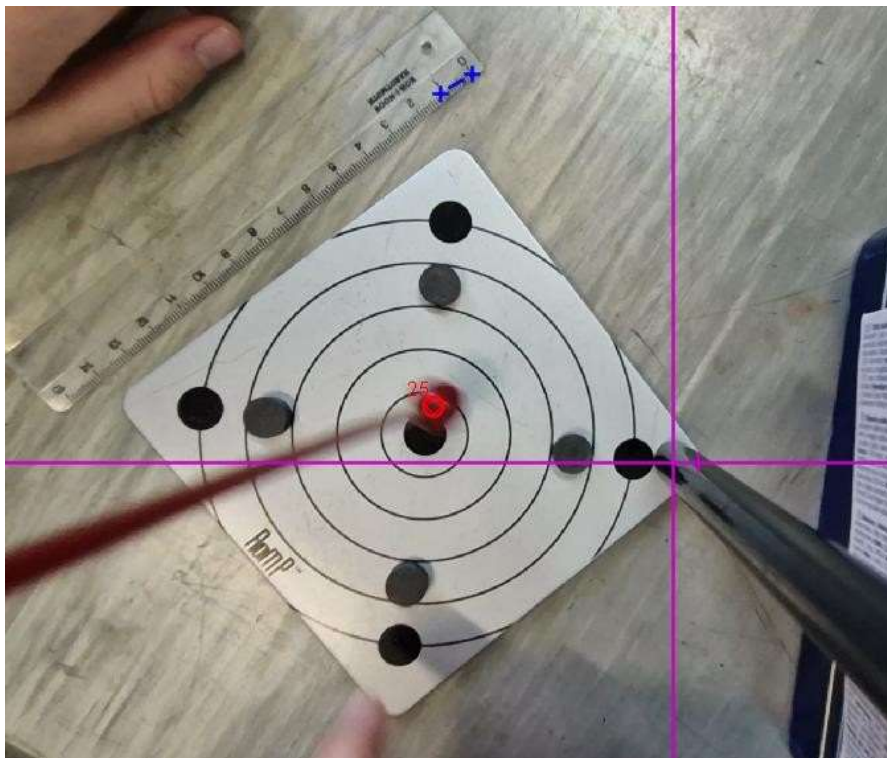
3.1 Tanórai kísérlet

A jelenséget igazoló mérés mindkét tanulócsoportban a tanítási folyamat leghangsúlyosabb része, a diákokat aktivizálva került kivitelezésre a több tanórát felölelő mérés sorozat. A kaotikus mozgásokat fázistérben több változó szerint numerikus módszerekkel

elemzik a kutatók. Az általános és középiskolás diákoknál fázistér és további fogalmak/ismeretek elsajátítása több időt és rákészülést igényelne. Azonban egy kaotikus rendszer jellemzése nem numerikus módszerekkel (mérésekkel) minden korosztály eddigi készségeire alapozva kivitelezhető.

A mágneses inga egy kaotikus rendszer [4,8], a kísérlet célja ennek igazolása, kihasználva a kaotikus rendszerek azon tulajdonságát, hogy érzékenyek a kezdőfeltételekre. Másik lehetőség, hogy az előre meg nem jósolhatóságot lássuk be, ami szintén lehetséges, hiszen ennél az ingánál véges sok végső állapot van, ami csak a lehelyezett mágnesek számától és polaritásától függ. Ezzel kapcsolatosan a mérés elején játékkal kezdtünk, ahol a tanulók megszavazhatták, hogy vajon hol fog megállni a mágnes, és többször megismételve az inga végül mindig máshol állt meg.

A kísérlet elvégzéséhez a mágneseket lehelyeztem a tanulókkal, illetve az inga aljához közel letettünk egy vonalzót. A mobiltelefont rögzítettük és beállítottuk a megfelelő felbontást a videó rögzítéséhez. Három videó készült a kisebb és a nagyobb korcsoportokban egyaránt, mindegyik esetén más tanuló végezte a mérést (vagyis engedte el az ingát). Tovább lehet gondolni a mérést, hogy az emberi kéz remegése ne zavarjon be, és vékony madzaggal rögzíteni az ingát majd azt elégetni, ez azonban a tanórán nem volt lehetséges.

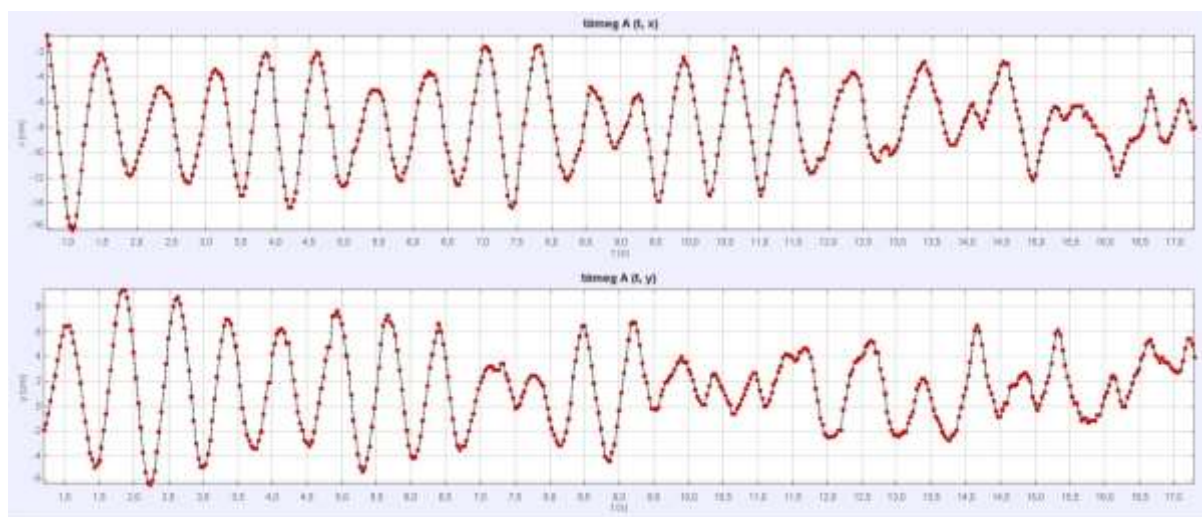


11. ábra: Kivágott kép a Tracker programból, tizenegyedikes mérés osztálytermi környezetben.

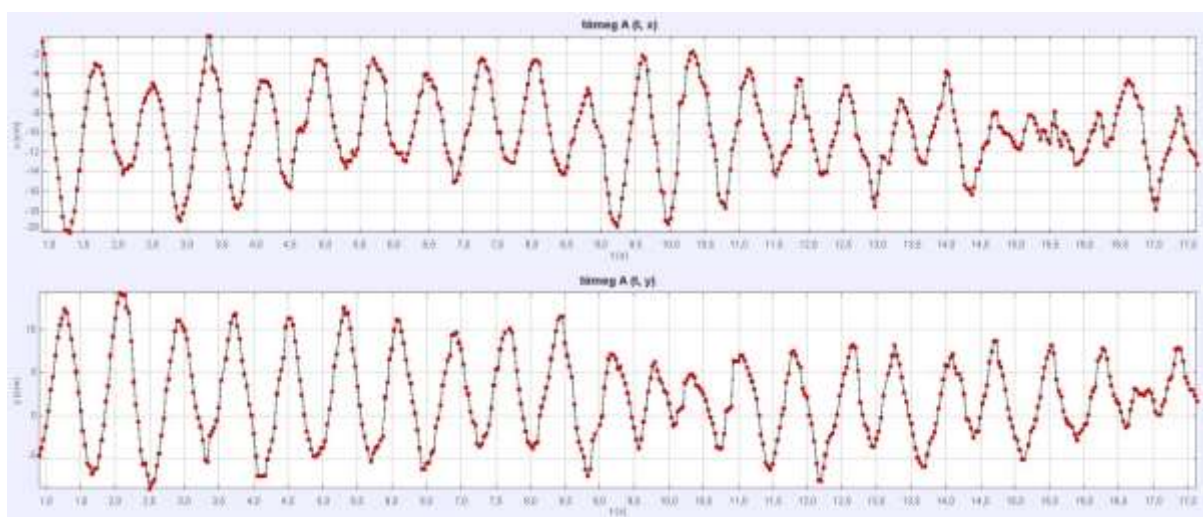
A videófelvételek kiértékelésére a Tracker program került alkalmazásra. Több ingyenes videóelemző program is elérhető, a használt program a következő szempontok miatt hasznos, illetve ajánlott: azoknak a tanulóknak, akik emelt szinten kívánnak érettségizni a fizika tantárgyból a Tracker használata kötelezően ott van a kiadott mérések között [9], ezen felül online is elérhető, tehát tabletről, számítógépről, laptopról és mobiltelefonról egyaránt használható. A felület felhasználóbarát, a kisebb korosztály is nagyon gyorsan megtanulta a használatát.

A mérés során a tanulókat irányítva mértük ki az adatokat. Első lépés a koordináta-rendszer egységes rögzítése, ez a választott origó a tartó rúd vége volt, ahogy a 11. ábra is mutatja. A vonalzón elhelyezett kék szakasz a hosszegység rögzítése. Ezzel rögzítettük az egységnyi hosszúságot, majd az egység mértékegységét megváltoztattuk 1 méterről 1 centiméterre. A rendszerben tömegpont felvételével végigkövettük a mágneses inga mozgását. A tizenegyedikesek önállóan egy kiadott videón dolgoztak, a nyolcadikosok esetében órán elvégeztünk egy mérést, és a többi videó elemzése otthoni tanári feladat volt a következő órára. A vizsgált időtartam közel tizenhét másodperc volt.

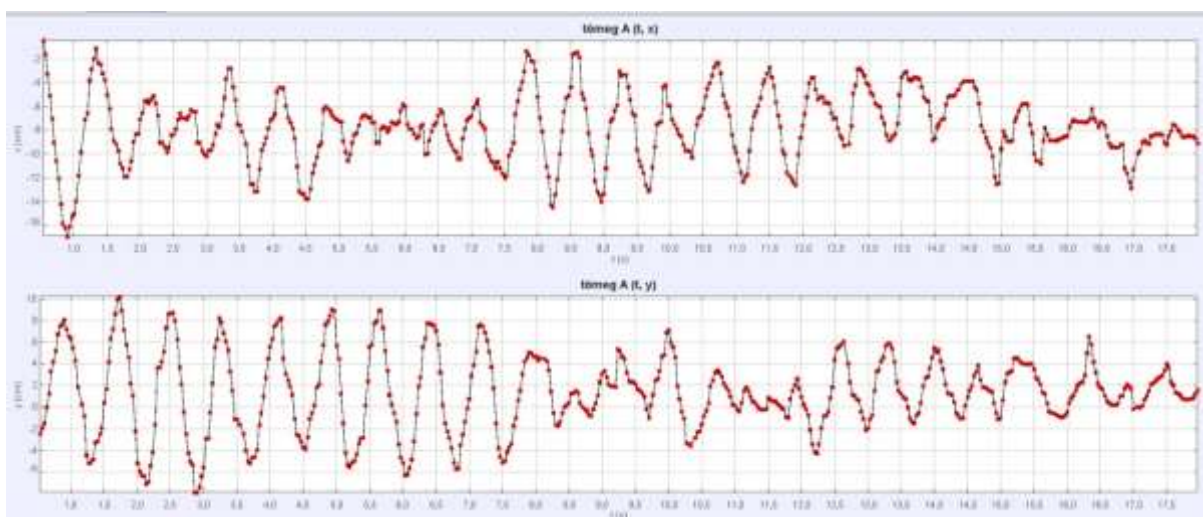
A program elkészítette az x és y koordináták idő szerinti változásának diagramját. Az adatokat táblázatban is kiértékeli a program, ezek a táblázatok kerülnek át az Excel táblázatkezelő programba. Az Excel használata előtt értelmeztük a grafikonokat (12-14. ábra).



12. ábra: A mágneses inga első mérésének eredményei a Tracker programban.



13. ábra: A mágneses inga második mérésének eredményei a Tracker programban.



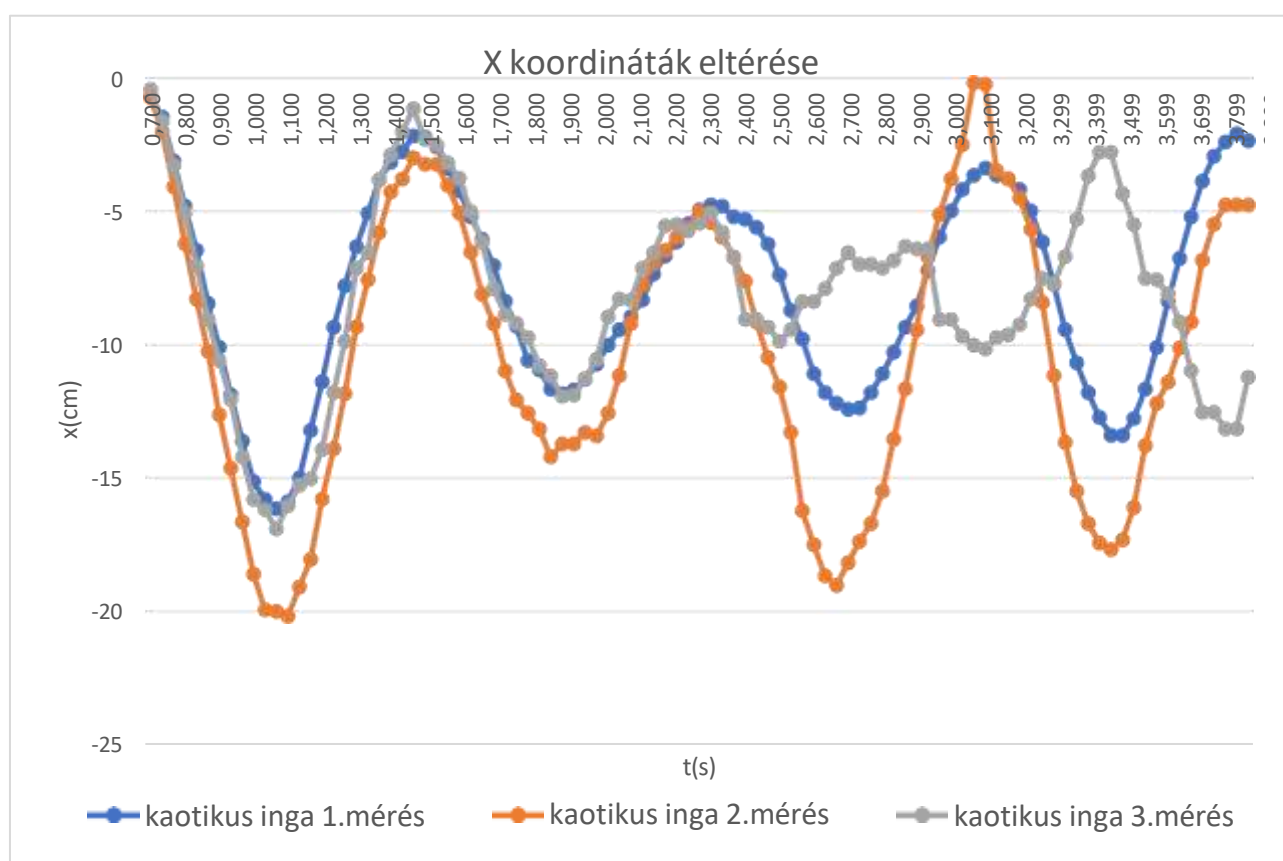
14. ábra: A mágneses inga harmadik mérésének eredményei a Tracker programban.

Mindegyik más, tehát innen is már sejthető, hogy a rendszer tényleg kaotikusnak bizonyul. Ha megfigyeljük a 12., 13. és 14. ábrákat, látható, hogy közel egy helyről indulnak az első és a második koordináták egyaránt, majd kis idő elteltével a mozgás változik. Minél közelebb indítjuk az ingákat annál tovább maradnak egyben a görbék. Ami még fontos észrevétel, hogy ingamozgást vizsgáltunk, annak a görbéje x-ben és y-ban egy szinuszgörbe kellene hogy legyen, esetleg annak egy csillapított változata, ennek a mozgásnak pedig minden esetben ettől eltérő a kirajzolt képe. Láthatunk kisebb amplitúdókat, ezt követően pedig újra nagyobb amplitúdót mutat a grafikon. Ez eltér az eddig tanult rendszerek viselkedésétől.

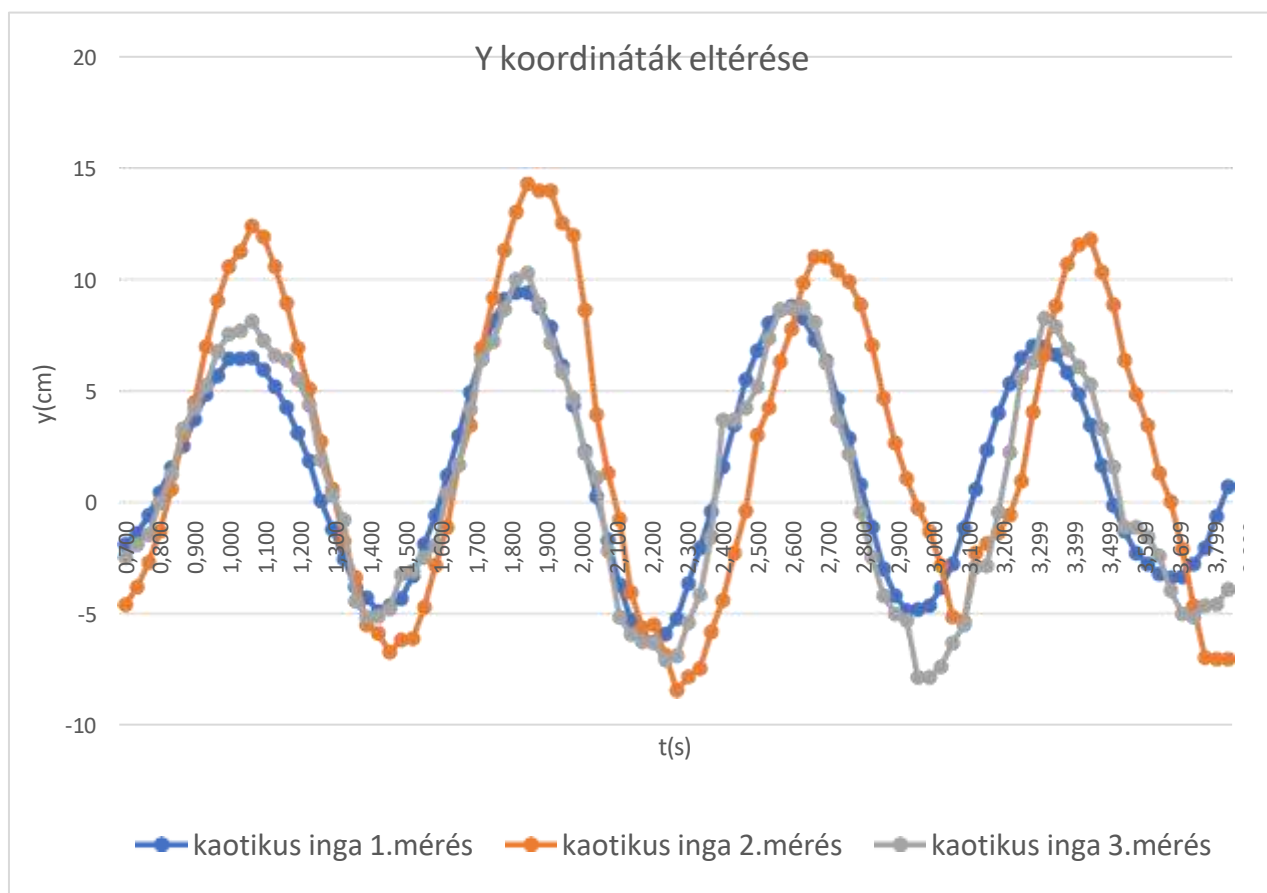
A kimért adatokat a középiskolás diákok esetén begyűjtöttem, és közösen ábrázoltunk a három különböző mozgást. A tanóra rövidsége miatt csak az első helykoordinátára készült el, ez szerepel a diákok jegyzőkönyvében egy későbbi fejezetben.

A tizenegyedikes csoportban készült videókat kiértékeltem otthon is, ahogy ezt elvégeztem a nyolcadikos mérések esetén. A kapott eredményeket bevitettem az Excel programba. Ezekből különböző fáklyadiagrammokat készítettem majd mutattam meg az utolsó órán a diákoknak.

A 15. és 16. ábrán, ami a 12-14. ábrák x-t és y-t diagramjainak elejét mutatja a három görbét egymásra rajzolva, látható, hogy már rövid ideig vizsgálva is nagy eltérések vannak a három mérés viselkedésében. Mindkét esetben látható, hogy az első másodperceben szétválnak a mozgások, pedig az ingák kezdeti eltérése csak megközelítőleg 2 milliméter nagyságú. Később pedig teljesen más jellegűvé válnak a mozgások. Ha ettől is kisebb lenne az elmozdulások közötti érték, akkor a mozgás koordinátái annál tovább maradnak egyben.



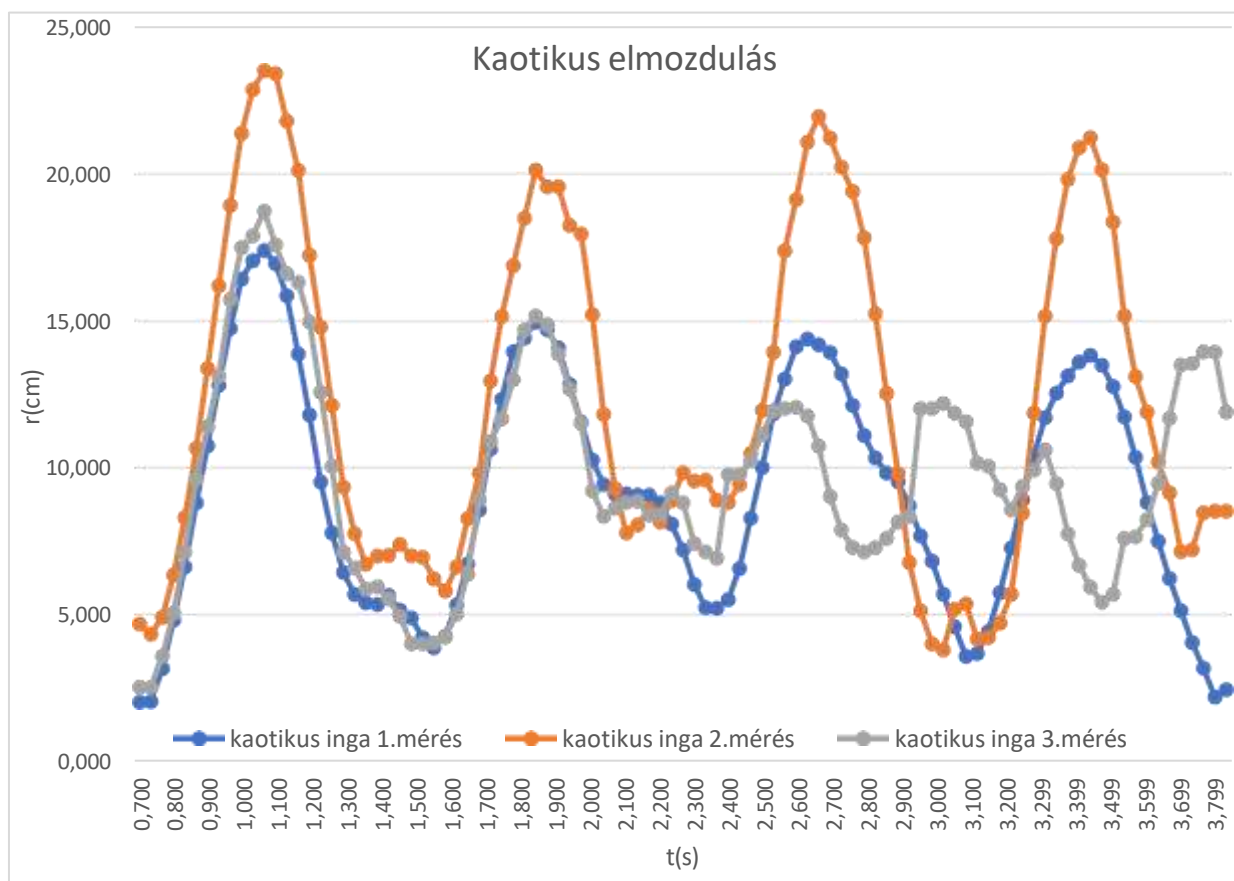
15. ábra: A mágneses inga három x-t görbéje összehasonlítva egy fáklyadiagramon. A három görbén látszik, hogy eleinte még viszonylag hasonlóak a mozgások, később azonban teljesen különbözőek lesznek.



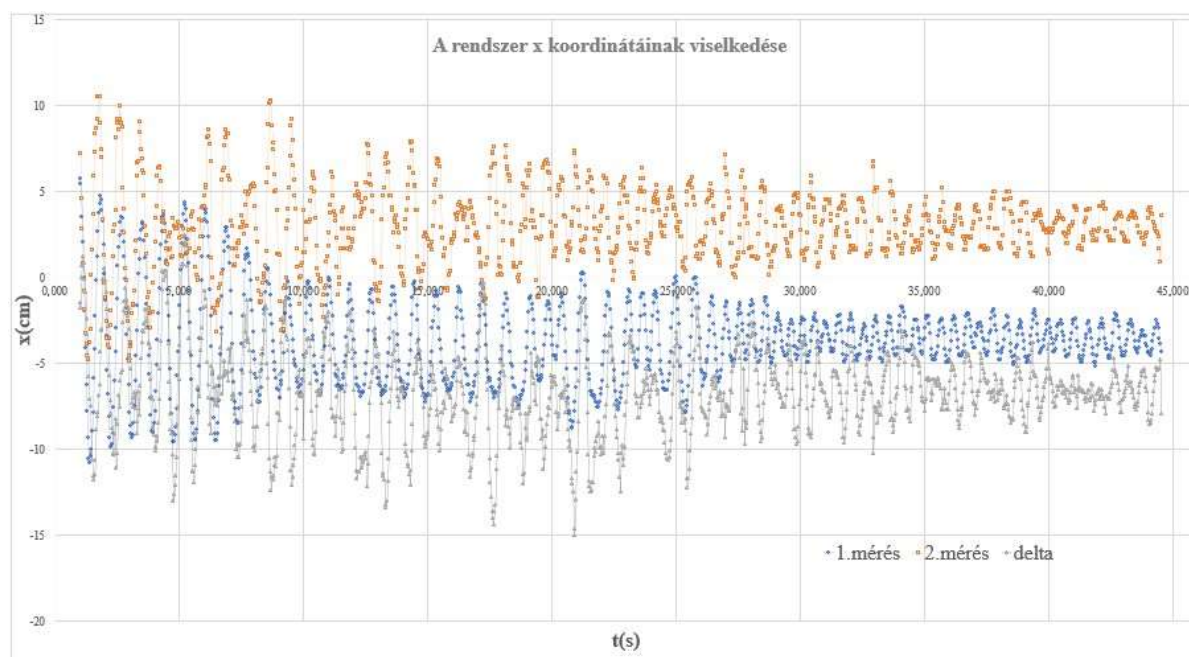
16. ábra: A mágneses inga y-t görbéinek fátyladiagramja. Itt lassabb a görbék szétválása mint a 15. ábrán.

Az ingák elmozdulásán (17. ábra) is kimutatható a kaotikus tulajdonság. Érdeemes megvizsgálni, hogy a koordináták külön-külön kaotikusnak bizonyultak, de vajon maga az elmozdulás is az-e. A kirajzoltatás után persze egy kaotikus rendszer viselkedését látjuk viszont, így biztosan igaz a feltevés, hogy a rendszer kaotikus.

A 18. ábra egy korábbi mérés eredményeit mutatja, a narancssárga és kék adatsor kettő különböző kaotikus mozgás x koordinátájának változását írja le az idő függvényében. A szürke görbe a két mérés helykoordinátáinak különbsége. Ezt a diákoknak megmutattam, igazolva azt, hogy ha elég sokáig, (azaz az inga megállásának pillanatáig) vizsgáljuk a folyamatot, akkor az adathalmazból kiolvasható a kék és narancssárga görbék esetén, hogy az inga különböző helyeken állt meg.



17. ábra: A mágneses inga síkbeli elmozdulásokra vett fáklyadiagramja.



18. ábra: A mágneses inga két olyan mozgásának időszora (kék és narancssárga), amelyek két különböző mágnes felett állapodnak meg. A szürke görbe a két idősor különbségét mutatja.

3.2 Jegyzőkönyv készítés

A tanítási folyamatban mindkét szinten hangsúlyt fektettem a mérés dokumentálására, azaz hogy jegyzőkönyv készítéssel kiegészítve az órát egy tudományosabb dokumentum elkészítésével is megismertessem a diákokat. Ennek egy kész produktuma a 19. ábra. További munkák szerepelnek még a Függelékben.

A diákokkal ismertettem a mérések elvégzése előtt a mérés célját, ezt követően elkészítettük a mérőeszközök listáját és leírtuk röviden a mérésünket. A tanulók csak a kész fákladiagramot illesztették be a füzetükbe vagy a legélt jegyzőkönyvbe. A hibaforrásokat felsorakoztattuk, de külön hibaszámítást nem végeztünk. Majd a diszkusszióban összefoglaltuk a kapott eredmények jelentőségét. A tizenegyedikes munkákból később remélhetőleg érettségi szóbeli projekt munka is fog készülni.

4. A káosz jelenség tanításának eredményei

A dolgozatomban a mérési kísérletet két kérdésnek vetem alá. Először is: „Érdemes-e káoszt tanítani a közoktatásban?” és másodsor: „Változott-e ezzel a fizika iránti hozzáállása a tanulóknak?”

A nyolcadikosoknál kapott tudás teszt eredmények (20. ábra) azt mutatják, hogy a tananyagot sikeresen megértették és a tesztet jól kitöltötték. Nagy az eltolódás az előzetesen megírt és a tanítási folyamat lezárását követő tesztek pontszámai között. Tehát az általános iskolás korosztály képes a káosz jelenséget megérteni.

Az attitűdteszt eredményeként a tanítási folyamat végén kapott kördiagram (21. ábra) mutatja, hogy a tanulók az anyag mely részeit élvezték a legjobban. Az általános iskolás diákok leginkább a kísérleteket élvezték, ebből azok a következtetések vonhatók le, hogy érdemes minél inkább kísérlet-orientálttá tenni a tananyagot; ezt az eredményt vártam is a diákok életkori sajátosságai miatt. A legkevesebb százalékot az elméleti rész kapta, illetve nem sokkal kiugróbb a fraktálokról szóló anyagrész. Esetleg, hogy ezen változtatni lehessen érdemes interaktívabbá tenni a tananyagot, esetleg játékos jelleggel feldolgozni, szakértői mozaik módszert alkalmazni a diákoknál, a frontális tanítás helyett. Magas százalékot ért el még a hétköznapi jelenségek értelmezése is, a tanítás során a bemutatott márványozásért is lelkesedtek

a diákok. Ezek után remélhető, hogy nyitott szemmel nézik az őket körül vevő világot és a fizikai jelenségeket majd felismerik egyes estekben.

Jegyzőkönyv

Mérés címe: Mágneses inga mozgása

Mérést végző neve:

Mérés időpontja: 2023. Október 17. – 2023. November 10.

A mérés célja

Igazolni azt, hogy a mágneses inga mozgása egy kaotikus mozgás.

Mérőeszközök

Mágneses inga, 4 db mágnes (azonos polaritással), Tracker program, Excel

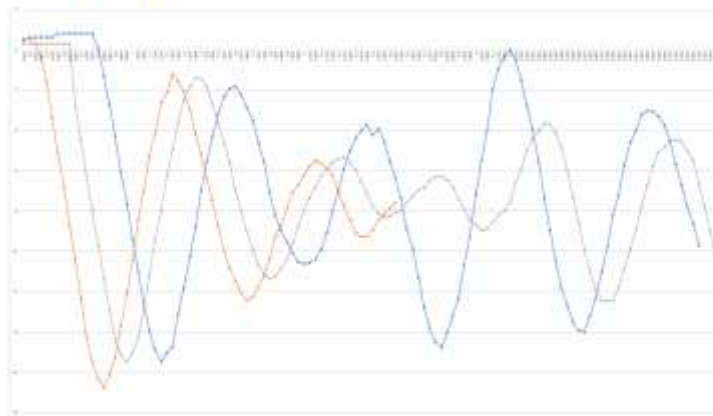
Hibaforrások

- Ha a felvevő eszköz nem fix.
- Ha rossz helyen van a tömegközéppont.
- Ezred pontosság

A mérés leírása

Elhelyezzük a mágneseket, nem változtatunk a helyzetükön. Háromszor, három minimálisan eltérő pontról indítjuk el az ingát, videóra vesszük annak mozgását. A három videót a Tracker programba feltöltve elemezzük, és követjük az inga tömegközéppontját. Majd az így összeszedett adatokat feltöltjük egy Excel táblázatba és abból egy fáklyadiagramot készítünk.

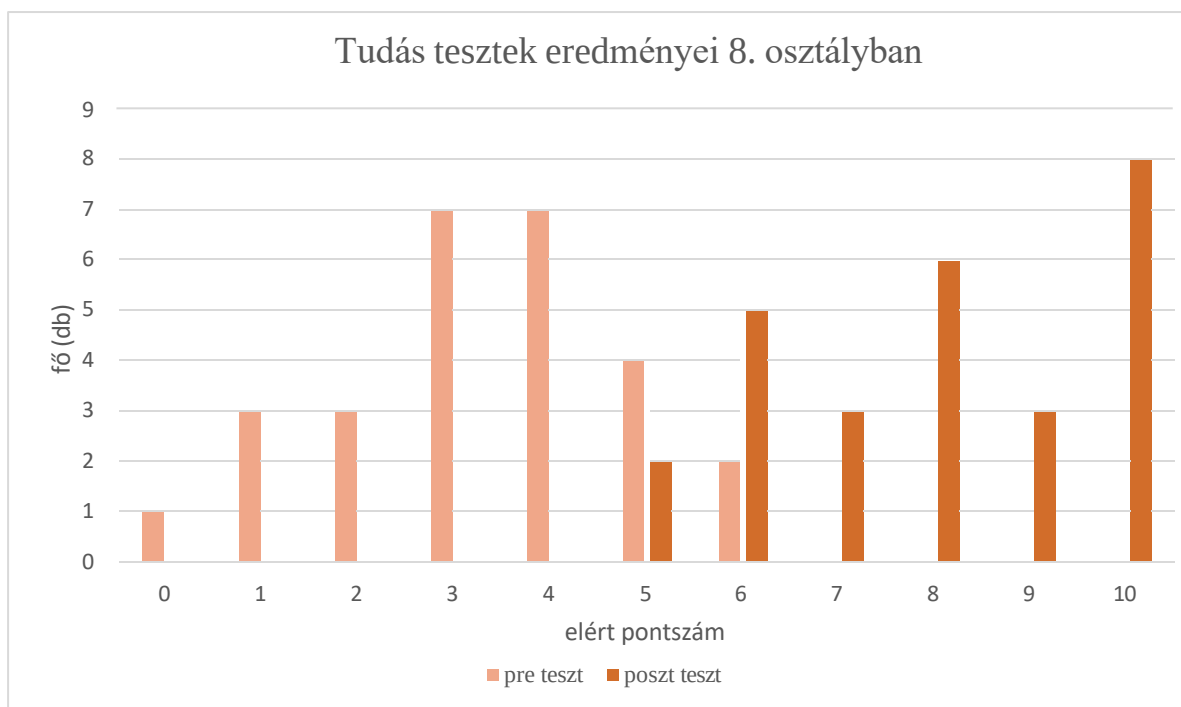
A mérés kiértékelése



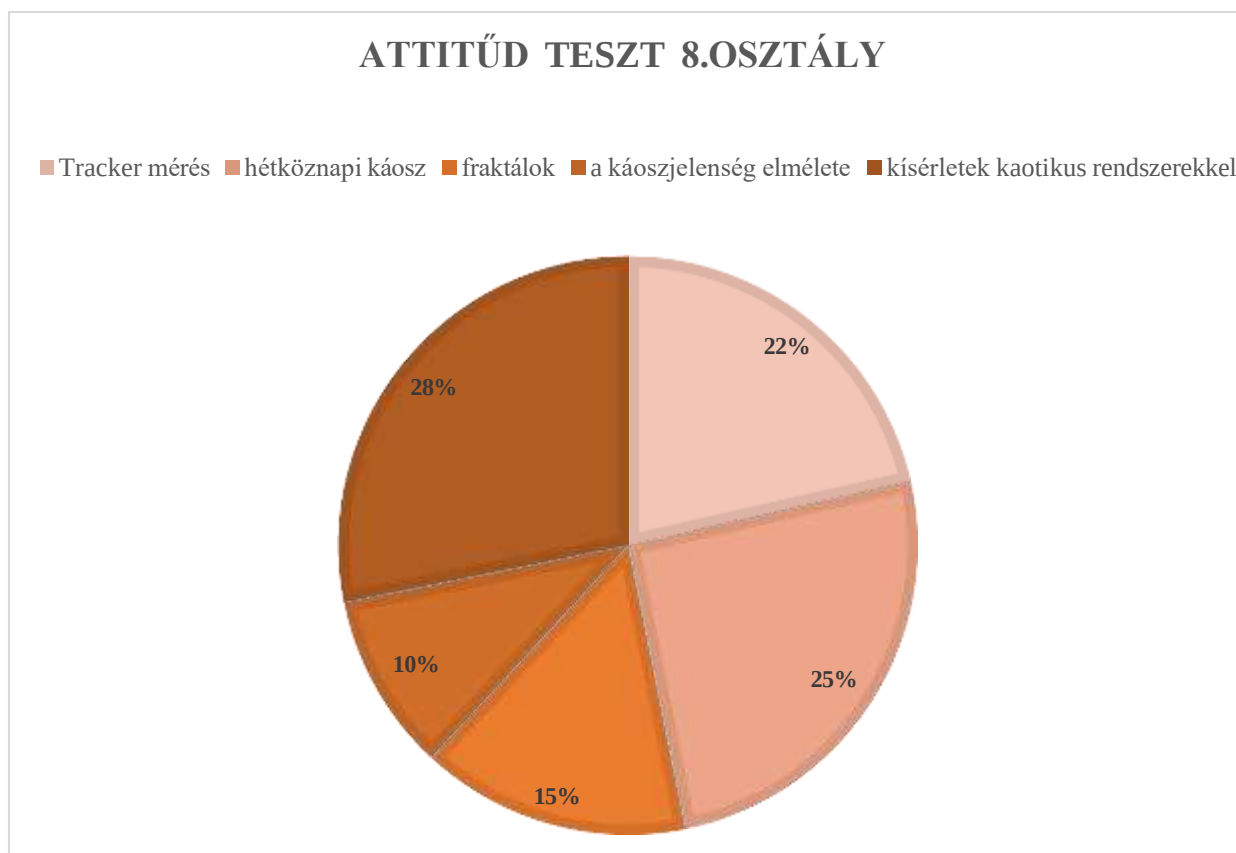
Diskusszió

A mágneses inga tényleg kaotikus, mert a fáklyadiagram eltérő adatsorokat mutat. Azaz a mágnesinga érzékeny a kezdőfeltételekre.

19. ábra: Egy diák mérési jegyzőkönyve a mágneses inga tantermi kísérletről.

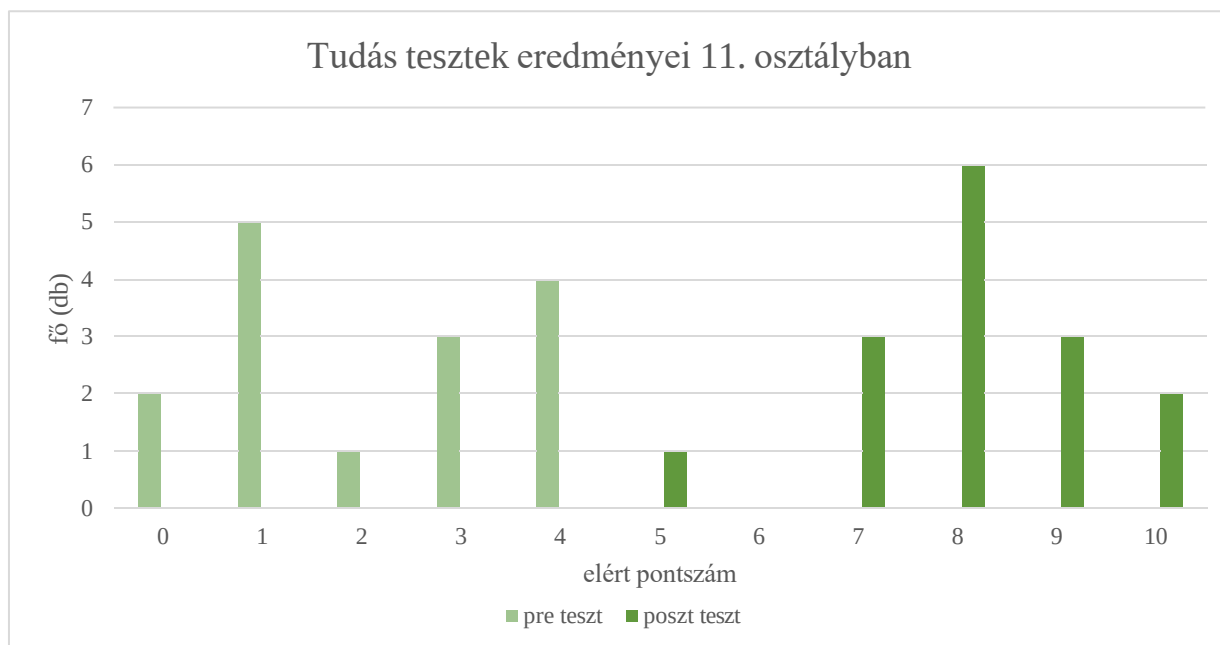


20. ábra: A nyolcadikosok tudás tesztjeinek eredményei a tanítási kísérletben.



21. ábra: A nyolcadikosok attitűd tesztjeinek eredményei a tanítási kísérletben.

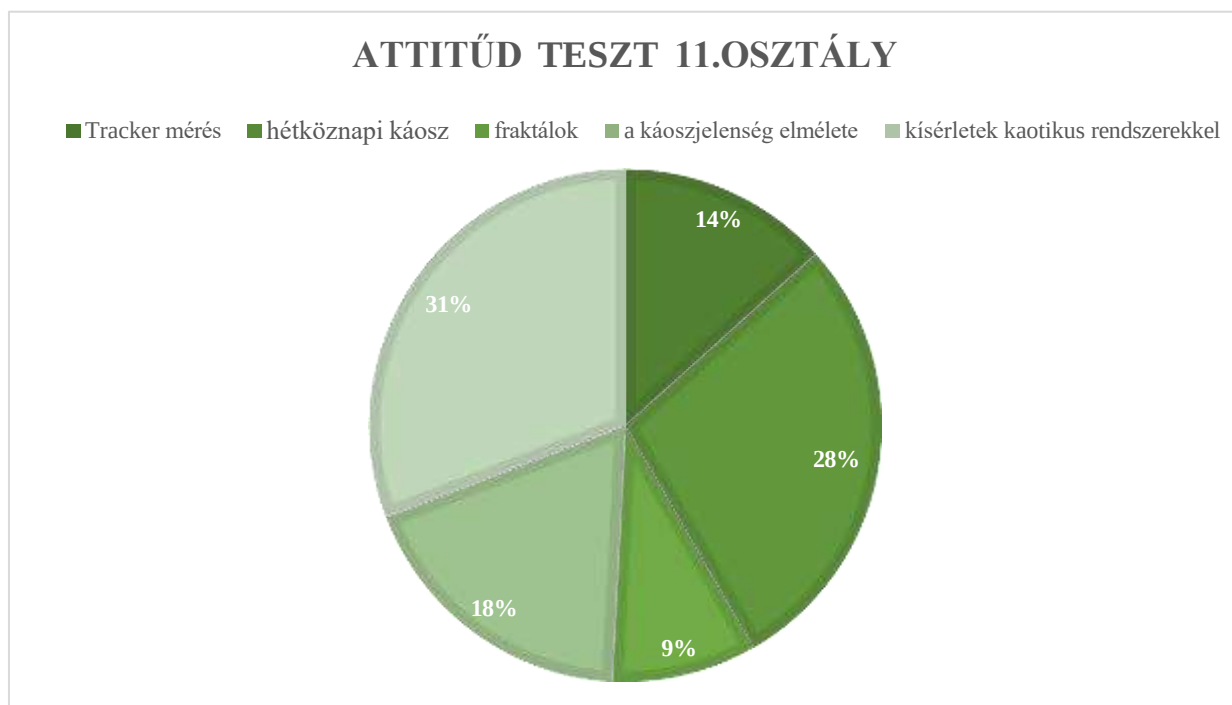
Az általános iskolásokhoz képest más képet kapunk a középiskolás tanulók eredményeinél (22. ábra), de ugyanaz a konklúzió, vagyis hogy sikeresen megírták a lezáró tudás tesztet. Érdekes, hogy a maximális pontszámot kisebb korosztály jobban produkálta, mint a tizenegyedikes tanulók.



22. ábra: A tizenegyedikesek tudás tesztjeinek eredményei a tanítási kísérletben.

A tanórai tapasztalatok során más végeredményre számítottam érdeklődés terén, az attitűd teszten (23. ábra) jobb eredményt ért el a jelenségről szóló rész, mint a nyolcadikosoknál, de az órai aktivitás és kérdések után arra számítottam, hogy a diákok az elméletért lelkesednek leginkább. A kapott eredmények azt mutatják, hogy a diákok ebben a korban is leginkább a kísérleteket élvezték a tanulási folyamatban. Az eredményt azzal lehet magyarázni, hogy hasonló rendszerrel még nem találkoztak és a viselkedését érdekesnek találták, ami mindenképpen pozitív eredmény.

Összeségében a vizsgált csoportok eredményei igazolják, hogy meg lehet tanítani a jelenség értelmezését a tanulóknak, ezt mutatja a tudás tesztek eredménye, az attitűd tesztek pedig megmutatták, hogy mely tanegységekre érdemes nagyobb hangsúlyt fektetni a továbbiakban.



23. ábra: A tizenegyedikesek attitűd tesztjeinek eredményei a tanítási kísérletben.

5. Továbbgondolások

Első sorban a kisebb korosztályban rejlő további lehetőségeket emelném ki. A kísérletben csak közös kiértékelés történt, de egy felszereltebb iskolában vagy csoportbontásban ugyanúgy nyolcadikos tanulók is el tudnák készíteni a diagrammokat. A kis csoportok kiemelten szükségesek, hogy az egyéni problémákra a tanár hamarabb tudjon reagálni.

A tizenegyedikes csoportban az elkészült munkák tapasztalatai, hogy lehet hogy lesz olyan a tanulók közül, aki a középszintű szóbeli feleletet kiváltó projekt munkáját a káosz jelenségének elemzéséből írja, és a mágneses inga kaotikus mozgását prezentálja majd. Több tanuló is van, aki motivált a projekt elkészítésére, így nem csak a mágneses inga vizsgálata lehet egy projektmunka, hanem jelentkezők számához igazítva más mechanikai rendszerek is előkerülhetnek, például kettős inga, pattogó labda, vagy a rugós inga. A rendszer más, de a kísérlet ugyanaz: rendszer mozgását többször felvesszük, ezt követően a Tracker programban kiértékeljük több mérésre is a rendszer elmozdulását, majd a kapott fáklyadiagramot az Excelben ugyanúgy ábrázoljuk, ahogy a jegyzőkönyv készítésénél a lépéseken elvégeztük.

Távlati elképzelés, hogy a dolgozat elején is említett emelt érettségien, ha legalábbis a jelenségértelmezés szintjén káoszelméletet tanulnának a diákok, akkor ez a mérés is egy emelt szintű szóbeli tétel lehetne, hasonlóan megvalósítva mint a középiskolás csoporttal elvégzett mérés, a helyszínen elkészült videókat kellene elemezni Tracker programban. Egy korábbi fejezetben említésre került, hogy a Tracker program használata amúgy is szerepel már az emelt érettségire készülő diákok elvárt ismeretei között, így egy ilyen mérés az eddigiek természetes kiegészítése lehetne.

6. Diszkusszió

A tanítási kísérlet több téren is sikeresnek bizonyult. A káoszelmélet jelenségszinten taníthatónak bizonyult a különböző korosztályokban. A tanítási kísérlet fő feladataként nem numerikus módszereket használva igazolni tudtuk egy kaotikus rendszer egyik tulajdonságát, a kapott diagramokat a tanulók ki tudták értékelni, a fizikai jelenséget helyesen értelmezték. A kutatás világszinten első abban a tekintetben, hogy általános iskolás diákokkal ismertesse meg egy tanár nem szakköri foglalkozáson a káoszelméletet számukra is érthető módon.

Köszönetnyilvánítás

A legelső köszönet témavezetőmé Tél Tamásé, aki a közösmunkában végig támogatta a kezdeményezésem szakmai tapasztalatával és lelkesedésével a kutatás iránt. Konzulensemnek Jánosi Dánielnek, aki nélkül nem készülhetett volna el a dolgozatom ilyen színvonalon, az egyetemi előadása hatalmas segítség volt a jelenség értelmezésében és az óra tartásokra való felkészülésben. Köszönet illeti Károlyi Györgyöt, aki bírálatában értékes javaslatokkal támogatta a dolgozatot, valamint demonstrációs eszközt is biztosított. Továbbá köszönet illeti Bajkó Ildikót, akinek a munkássága példaként szolgált számomra és rengeteg esetben irányt mutatott a kutatásban, és Dani Csaba kollegámat, hogy a fizika órákat rám bízta a kutatás idejére, ezen felül, hogy további szakmai anyagot is küldött még a tudásom tovább bővítéséhez. A legnagyobb hála pedig azoké a diákoké, akit végig csináltak velem a kísérletet. Nélkülük nem lennének eredményeim, azt pedig ki kell emelnem, hogy hatalmas öröm, hogy kíváncsiak voltak a témára a továbbiakban is ilyen kíváncsisággal és érdeklődéssel járjanak a természettudományok megismerésében.

Felhasznált irodalom

- [1] Jaloveczki József: Nemlineáris jelenségek vizsgálata diákköri-szakköri munkában (PhD dolgozat, 2015)
- [2] Szatmáry-Bajkó Ildikó: Szennyeződések terjedésének vizsgálata a középiskolában: Nemlineáris és kaotikus vonások felfedező tanulása (PhD dolgozat, 2023)
- [3] I. Bajkó: Chaos Physics in Secondary School – A Material Applicable in Online Teaching Horizons of mathematics, physics and computer sciences 50, 22-34 2021
- [4] James Gleick: Káosz, egy új tudomány születése, Göncöl Kiadó, Budapest, 1999
- [5] Tél T. és Gruiz M.: Kaotikus mechanika, Nemzeti Tankönyvkiadó (2002)
- [6] Edward Ott: Chaos in dynamical system, Cambridge University Press (1993)
- [7] <https://physlets.org/tracker/>
- [8] Peitgen, H.-O., Jürgens, H., Saupe, D.: Chaos and Fractals: New Frontiers of Science. Springer, Dordrecht (2004)
- [9] [Fizika emelt szóbeli meresek 2023 ősz](#)

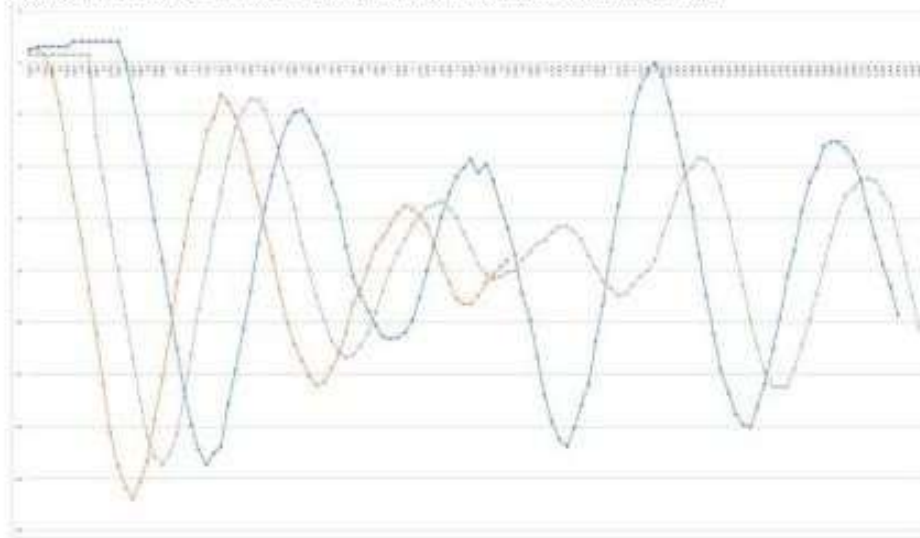
Függelék

További jegyzőkönyvek a diákoktól:

1. jegyzőkönyv:

Mágneses inga jegyzőkönyv

- 11.évfolyam fizika fakultáció
- 2023.10.10
- Káoszelmélet bizonyítása
- Mágneses inga / Tracker program
- A mérés hibaforrásai lehetnek: pontatlanság , tehát rossz helyre vettük fel az inga tömegközéppontját (elkattintottunk)
A felvevő eszköz nem megfelelő.
Emberi mivoltunkból kifolyólag nem lehet tökéletesen eltalálni az inga pontos tömegközéppontját, mert az szemmel nem látható, ezért a mérés nem lehet ezredpontosságig tökéletes.
- A mérést egy mágneses inga tetejére lakott mobiltelefonnal végeztük, ami vette az inga mozgását. Majd a Tracker programmal képkockáinként megjelöltük az inga tömegközéppontját, ezt három különböző mérés alkalmával is megtettük.



- A mérési eredményekről leolvasható, hogy a mágneses inga valóban minden próbánál máshogy viselkedett, tehát valóban kaotikus és kiszámíthatatlan az útja az ingának, ahogyan ezt a fátyladiagramm tökéletesen ábrázolja a három különböző méréssel. A mérések alkalmával nagyjából azonos pozícióból indult az inga, viszont ennek ellenére

is minden alkalommal eltérő utat járt be. Ebből levonhatjuk a konklúziót, hogy a mágneses inga érzékeny a kezdőfeltételek legkisebb eltéréseire is. A kaoszelmélet bebizonyítására hétköznapiabb dolgok is képesek, például egy turmixgép, de a mágneses inga az ami szemmel felfogható gyorsaság mellett is tökéletesen tudja szemléltetni.

2. jegyzőkönyv:

Mérés címe: A mágneses inga mozgása

Mérést végző neve: 

Mérés időpontja: 2023. október 17 – november 10

A mérés célja: A mágneses inga kaotikus mozgásának igazolása

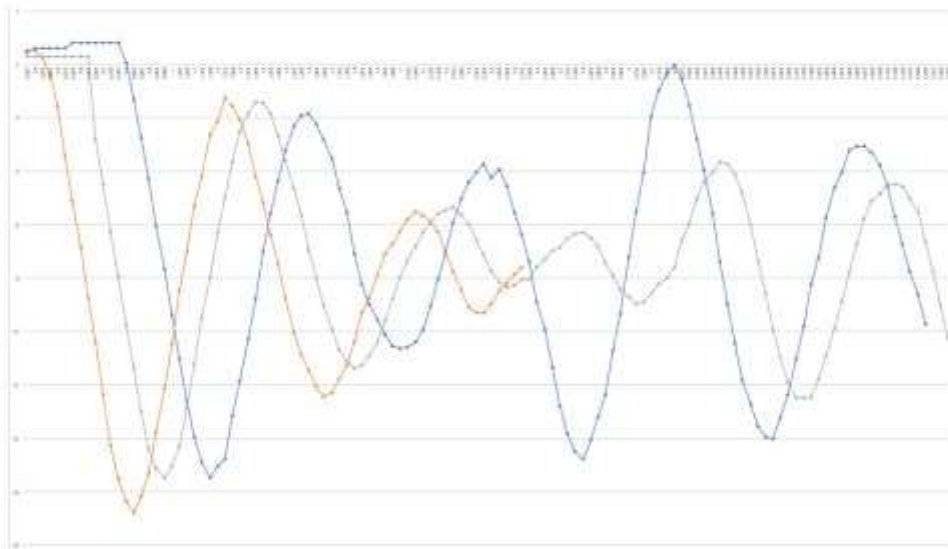
Mérőeszközök: Mágneses inga, Tracker program, Excel, 4 db azonos polaritású mágnes.

Hibaforrások:

1. Videófelveő eszköz instabilitása.
2. Ezredpontoság.
3. Rossz helyen elhelyezkedő tömegközéppont

A mérés leírása: Egy mágneses inga lapján elhelyeztünk 4 db azonos polaritású mágnest. Az ingát mozgásnak indítjuk, kilengést észlelhetünk a mágnesek irányába. Az eseményeket videóra vesszük és egy Tracker programba feltöltjük és az inga tömegközéppontját jelöljük. Excel táblázatba illesztettük és egy fáklyadiagrammot kaptunk.

A mérés kiértékelése:



Diszkusszió: A fáklyadiagramm alapján kimutatható, hogy a mágneses inga mozgása; kaotikus mozgás.