

## 1. félévi beszámoló

**Borsi Márton** (borsimarton96@gmail.com)

# Integrálható spinláncok dinamikája és korrelációs függvényei

Részecskefizika és csillagászat PhD program

Témavezető: Pozsgay Balázs

## 1. Bevezetés

A kvantummechanikai modellek egy sajátos családja az egy dimenzióban létező integrálható rendszerek, melyek különlegessége, hogy sajátállapotaik egzakt matematikai módszerekkel megkonstruálhatók. Közös tulajdonságuk, hogy a rendszer méretével arányos számú, független megmaradó mennyiséget tartalmaznak, melyekre alkalmas áramoperátorokkal kontinuitási egyenletek írhatók fel. A töltések jelenléte feltételeket szab a dinamikai folyamatokra: megakadályozza a hagyományos termalizációt és ballisztikus transzportot eredményez. Az egzakt elméleti eredményeken túl a terület különösen fontos az egyre fejlődő ultra-hideg atomokkal végzett kísérletek miatt, melyek során ténylegesen realizálhatók és vizsgálhatók integrálható rendszerek [1].

Az egyensúlyi állapot és a transzportfolyamatok leírása a termodinamikai limeszben végtelen megmaradó mennyiség felhasználásával történik. Előbbi az általánosított Gibbs-sokaság (GGE) segítségével lehetséges [2], míg utóbbiért az általánosított hidrodinamika (GHD) felelős [3], ami Euler-szerű áramlási egyenletekkel dolgozik. Az alapvető feltételezés, hogy a megfigyelhető mennyiségek csupán a töltésoperátorok várható értékeitől függenek, így azok kontinuitási egyenletei meghatározzák a dinamikai folyamatokat. A kulcskérdés így az áramoperátorok termodinamikai limeszben vett várható értéke.

Integrálható modellek egy széles osztálya (számos spinláncmodell ide tartozik) kezelhető egzakt módon a Bethe-Ansatz módszerrel. Eszerint a sajátállapotok a rendszerben lévő részecskék rapiditásparamétereivel jellemezhetők, melyek a Bethe-egyenletek megoldásai és a termodinamikai limeszben válnak folytonossá. A véges térfogatú eredmények ilyen határértékét véve származtathatók a termodinamikai Bethe-Ansatz (TBA) alapvető egyenletei, melyekből a GHD is építhető.

## 2. Előzmények

Mivel az MSc képzésem alatt is megegyező területen folytattam kutatásokat és az elmúlt félév egy részében a korábbi eredményeket rendszereztem egy készülő cikkhez, röviden összefoglalom azokat.

A GHD számára kulcsfontosságúak a töltések áramaihoz tartozó várható értékek a termodinamikai limeszben. Eleinte ezek fizikai motivációk alapján kerültek felírásra egy általános formában, feltételezve, hogy az egyes konkrét modellek esetén ez valóban fennáll. A közelmúltban a kutatócsoportomnak sikerült bizonyítást adnia a formulára véges térfogatban, Bethe-Ansatz módszerrel megoldható modellek esetén [4]:

$$\langle \lambda_1 \dots \lambda_N | J_{\alpha,\beta} | \lambda_1 \dots \lambda_N \rangle = \sum_{j=1}^N h'_\beta(\lambda_j) G_{j,k}^{-1} h_\alpha(\lambda_k) \quad (1)$$

Itt  $\lambda_j$  a részecskék rapiditásai,  $G$  a Bethe-Ansatz-ban fontos szerepet játszó Gaudin-mátrix,  $h_\alpha$  az adott töltés sajátértéke,  $J_{\alpha,\beta}$  pedig a megfelelő töltések által definiált áram.

Korábbi munkám során annak igazolásán dolgoztam, hogy a kapott formula valóban visszaadja a GHD által felírt összefüggéseket a termodinamikai limeszben az XXX spinlánc esetén. Ehhez a lehetséges rapiditásértékek aszimptotikus viselkedését kellett figyelembe venni. Az XXX modell esetén ismert, hogy rapiditások speciális struktúrába, különböző hosszúságú láncokba (string), rendeződnek, melyekre aszimptotikus megoldásokként tekinthetünk. Megmutattam, hogy az áramformula a termodinamikai limeszben felírható ezekkel, az összes elemi részecske figyelembevétele helyett. Az igazolni kívánt összefüggés innen már egyszerűen adódik a határ esetben.

Pontos számolásokkal igazoltam továbbá egy másik, szintén korábban már megfogalmazott eredményt a kapott áramformulára vonatkozóan. Az összefüggésben szerepel egy végtelen összegzés a különböző hosszúságú rapiditásláncokra, ami az egyenletek megfelelő átalakításával eltüntethető. Végeredményben az áramok várható értékei egyetlen közös generátorfüggvény deriválásából adódnak minden töltés esetén.

### 3. Kutatási munka a félévben

A folyamatban lévő cikk a fentiekén túl az alábbi új eredményeket is tartalmazni fogja.

Az áramok várható értéke faktorizált korrelációs függvények elméletéhez is kapcsolódik. Eszerint a korrelációs függvények kifejezhetők olyan  $\Psi_{\alpha,\beta}$  építőelemek szorzatainak összegeként, melyek lényegében az áramok várható értékével egyeznek meg:

$$\langle J_{\alpha,\beta} \rangle = \frac{1}{2} \Psi_{\alpha-1,\beta-2} \quad (2)$$

Mivel a korrelációkat a töltések szállítják, valamely mérhető mennyiségek  $\langle \mathcal{O}(x,t), \mathcal{O}'(y,0) \rangle$  korrelációs függvényének kiszámítása lehetséges úgynevezett hidrodinamikai projekciók felhasználásával, azaz a kérdéses operátorokat a töltések  $Q_\gamma$  operátorára vetítve egy hidrodinamikai belső szorzat segítségével  $\langle \mathcal{O} | Q_\gamma \rangle$  [5]. Egy megfigyelhető mennyiség ilyen vetülete egyértelműen adott egy hozzá tartozó  $V^\mathcal{O}$  függvény ismeretében. A cél így ezen függvények meghatározása.

Mivel a korrelációs függvények kifejezhetők a  $\Psi_{\alpha,\beta}$  építőelemek segítségével, így az azokhoz tartozó  $V^{\Psi_{\alpha,\beta}}$  függvény fontos információt hordoz. A termodinamikai limeszben vett áramformulából kiindulva a kérdéses mennyiség levezethető, ha kihasználjuk a GGE-ből adódó

$$\langle \mathcal{O} | Q_\gamma \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta_\gamma} \langle \mathcal{O} \rangle \quad (3)$$

azonosságot. Itt  $\beta_\gamma$  a megfelelő töltéshez tartozó általánosított inverz hőmérséklet. A derivált vizsgálatával sikerült meghatároznom a  $V^{\Psi_{\alpha,\beta}}$  függvényeket.

### 4. Publikációk

A fentieket tartalmazó cikk írása folyamatban van, terv szerint márciusban kerül beküldésre.

## 5. Tanulmányi tevékenység

A kurzusok, amiken részt vettem:

- Kvantuminformáció-elmélet (FIZ/2/079)
- Algebrai térelmélet (FIZ/2/020)

## 6. Oktatási tevékenység

A félév során a Kvantummechanika B gyakorlatot tartottam heti egy órában online, melyhez elméleti összefoglalót, feladatmegoldást és gyakorlófeladatokat tartalmazó oktatási anyagot állítottam össze.

## Hivatkozások

- [1] M. Schemmer, I. Bouchoule, B. Doyon, and J. Dubail, „Generalized HydroDynamics on an Atom Chip,” *Physical review letters*, vol. 122, no. 9, p. 090601, 2019. arXiv:1810.07170v2 [cond-mat.quant-gas].
- [2] F. H. Essler and M. Fagotti, „Quench dynamics and relaxation in isolated integrable quantum spin chains,” *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2016, no. 6, p. 064002, 2016. arXiv:1603.06452v2 [cond-mat.quant-gas].
- [3] B. Bertini, M. Collura, J. De Nardis, and M. Fagotti, „Transport in Out-of-Equilibrium XXZ Chains: Exact Profiles of Charges and Currents,” *Physical review letters*, vol. 117, no. 20, p. 207201, 2016. arXiv:1605.09790v4 [cond-mat.stat-mech].
- [4] M. Borsi, B. Pozsgay, and L. Pristyák, „Current Operators in Bethe Ansatz and Generalized Hydrodynamics: An Exact Quantum-Classical Correspondence,” *Phys. Rev. X*, vol. 10, p. 011054, Mar 2020. arXiv:1908.07320 [cond-mat.stat-mech].
- [5] B. Doyon, „Exact large-scale correlations in integrable systems out of equilibrium,” *SciPost Phys*, vol. 5, no. 5, p. 054, 2018. arXiv:1711.04568v4 [math-ph].