

#### *4. félévi beszámoló*

**Kővári Emese** (kovari.emese@ttk.elte.hu)

Részecskefizika és csillagászat PhD program

Témavezető: Dr. Sándor Zsolt Mózés

A dolgozat címe: Mean motion resonances and the role of chaotic phenomena in shaping the dynamical structure of planetary systems

## Bevezetés

Doktori kutatásom témája a közepmozgás-rezonanciák dinamikai szerepének tanulmányozása. Bár a rezonanciák ezen típusához sokszor a bolygórendszereket stabilizáló szerepet társítunk, a megfigyelés nem általánosítható, hiszen az egyes rezonanciák fázistérbeli átfedése, kölcsönhatásuk szekuláris rezonanciákkal, esetleg másodlagos rezonanciák indukálása bonyolult fázistérhez és összetett dinamikához vezet.

Hagyományos (gyors) káoszindikátorok hatékonyan alkalmazhatóak a fázistér általános feltérképezéséhez, a rezonanciák lokalizálásához, a kaotikus és reguláris tartományok elkülönítéséhez, hátrányuk azonban éppen robusztusságukban rejlik (alkalmatlanok például az ún. stabil káosz (lásd például Milani és Nobili (1992) eredményeit a naprendszerbeli 522 Helga égitestre) felismerésére), illetve a kaotikus diffúzió (és ezen keresztül a stabilitási idők) számszerűsítésére sem használhatóak.

A fentiek motiváltak abban, hogy doktori tanulmányaim első két évében a Shannon-entrópia égi mechanikai alkalmazásával foglalkozzam. Az eredetileg az információelméletben bevezetett (Shannon és Weaver, 1949) mennyiség eredményesen alkalmazható ugyanis dinamikai problémákban, lehetővé téve a fázistér finomszerkezetének megismerését és a stabilitási idők közvetlen származtatását is.

## Az előző három félévben elért kutatási eredmények összefoglalása

A kutatás első félévében a Shannon-entrópia elméletének (Cincotta és Giordano, 2018; Giordano és Cincotta, 2018) áttekintésével foglalkoztam, majd az entrópiát számító C-kódot írtam, melyet a naprendszerbeli Hilda-család segítségével teszteltem.

Második félévi munkám témája a kaotikus diffúzió volt (mind elméleti, mind gyakorlati megközelítésben). Vizsgáltam, hogyan számítható normál diffúzió esetén a kaotikus diffúzió együtthatója a Shannon-entrópiából (a problémához újabb C-kódot, illetve egy MATLAB-programot készítettem). Ebben a félévben kezdtem foglalkozni a Kepler-60 exobolygórendszerrel is (Steffen és mtsai., 2013; Rowe és mtsai., 2015), mely egy három, egymással 5:4:3 arányú közepmozgás-rezonancia-láncban álló szuper-Földet tartalmazó rendszer. Goździewski és mtsai. (2016) a TTV-adatok alapján kétféle rezonáns konfigurációt javasolnak a rendszer dinamikai leírásához, melyek közül a második félévben az ún. valódi Laplace-rezonancia esetét vizsgáltam.

A harmadik félévben került sor a Kepler-60 rendszer másik lehetséges rezonáns konfigurációjának, a két kéttest-rezonancia esetének vizsgálatára. A második félévhez hasonló

an, az egyes bolygók fázisterét alapvetően a Shannon-entrópiával és annak származtatott mennyiségeivel (diffúziós együttható, stabilitási idők) vizsgáltam, de az eredményeket összevetettem egy hagyományos káoszindikátorral kapott dinamikai térképpel is. Megállapítottam, hogy a hármas rezonanciának ez utóbbi interpretációja stabilabb dinamikát eredményez.

## Az aktuális félévben elvégzett kutatások ismertetése

Jelen félévben a Kepler-60 exobolygórendszer Shannon-entrópiával való vizsgálatáról decemberben benyújtott publikáció revízióján dolgoztam.

Mínthogy a Shannon-entrópia formalizmusa több szabad paramétert is tartalmaz (teljes integrációs idő, időbeli lépésköz, a partíció teljes cellaszáma, a partíció határai), fontos annak vizsgálata, hogy az entrópiaszámítás hogyan függ a paraméterek megválasztásától. Cincotta és mtsai. (2021) arra jutottak, hogy amennyiben a fázistér partíciója optimális, az egyéb paraméterválasztások nincsenek hatással a Shannon-entrópiára és a belőle számolt kaotikus diffúzióra, illetve stabilitási időkre. Az optimalitást a következő feltétel biztosítja:  $r_0(t) \ll N \lesssim r$ , ahol  $N \equiv T/h$  jelöli az integrációs pontok számát ( $T$  a teljes integrációs idő,  $h$  az időbeli lépésköz),  $r$  a partíció cellaszáma,  $r_0(t)$  pedig azon cellák száma, melyeket a  $t$  időpontig bezáróan érintett az adott trajektória. Amennyiben a partíció megválasztása (az előbbi feltétel szerint) optimális, fennáll az  $N \lesssim r < N^{1/S_L}$  egyenlőtlenség, ahol  $S_L < 1$  az  $S/\ln(r)$  1-re normált entrópia egy felső korlátja.

A fenti feltétel figyelembevételével végzett számítások eredményeit mutatja az 1. ábra a valódi Laplace-rezonancia esetében a  $b$  bolygóra (a 2. félévben bemutatott ábrához képest a fázistér egy szélesebb szeletére, illetve a stabilitási idő pontosabb  $\tau_{\text{esc}} = \frac{\Delta^2}{D_S}$  formuláját alkalmazva, ahol  $\Delta^2$  a partíció dimenziótlan fél oldalhosszainak négyzetösszege). A többi eset számításai egyelőre folyamatban vannak.

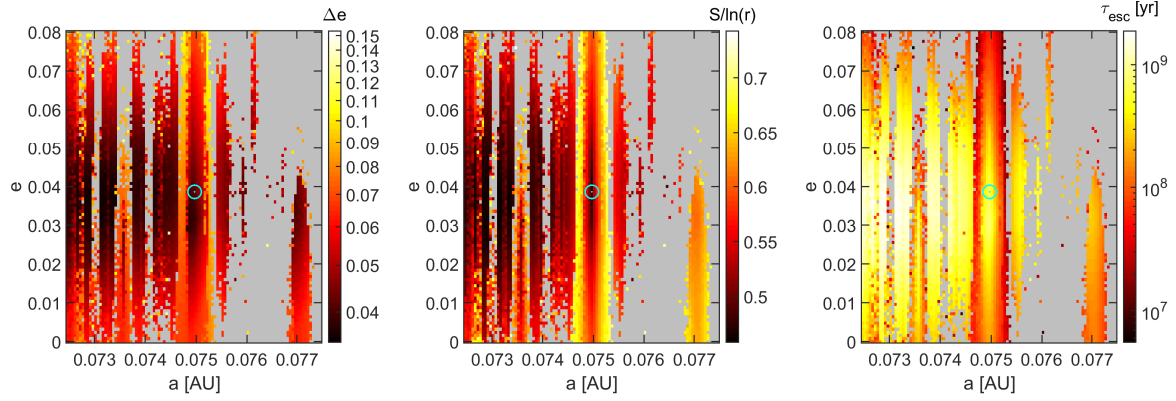
Ezenkívül közvetlen, hosszúidejű integrálásokat is végeztem a rendszer névleges pozíciójára. A valódi Laplace-rezonancia esetét a 2. ábra mutatja  $\sim 10^8$  évre. Ugyan a fél nagytengelyek időfejlődése során megfigyelhető egy enyhe növekvő tendencia, az egyensúlyi pont körüli libráció amplitúdója nem növekedett meg a 126 millió év alatt, sem a fél nagytengelyek, sem az excentricitások esetében. Mindez megerősíti a Shannon-entrópia által jelzett hosszú idejű stabilitást.

## Hivatkozások

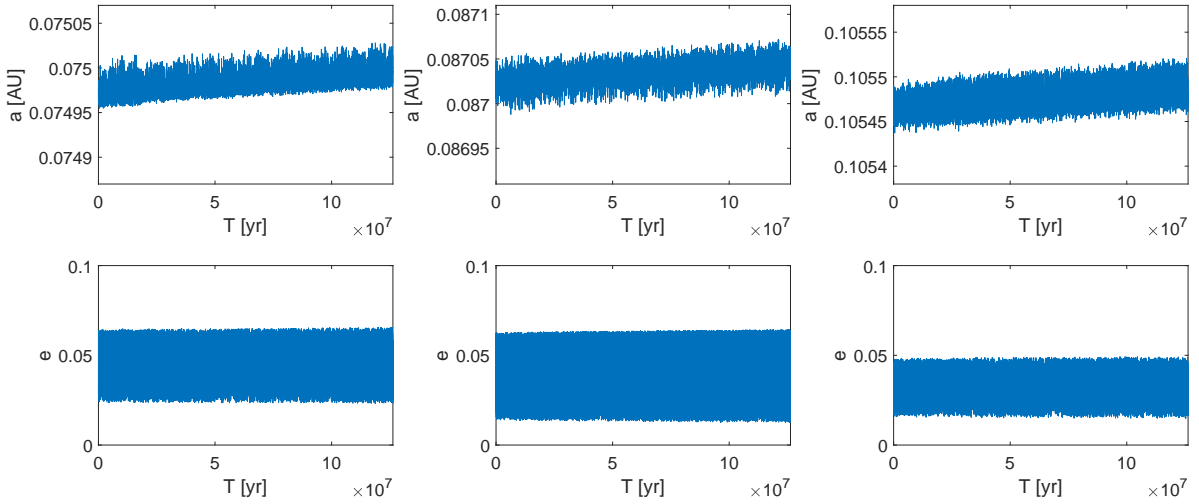
Cincotta, P. M., Giordano, C. M.: Phase correlations in chaotic dynamics: a Shannon entropy measure, *CMDA*, **130**, 74 (2018)

Cincotta, P. M., Giordano, C. M., Silva, R. A., Beaugé, C.: Shannon entropy diffusion estimates: sensitivity on the parameters of the method, *CMDA*, **133**, 7 (2021)

Giordano, C. M., Cincotta, P. M.: The Shannon entropy as a measure of diffusion in multidimensional dynamical systems, *CMDA*, **130**, 35 (2018)



1. ábra. A Kepler-60  $b$  bolygója körüli fázistér valódi Laplace-rezonanciát feltételezve. Teljes integrációs idő:  $T = 3.2 \cdot 10^4$  év (a szürke pontokban a rendszer  $t_{\text{end}} < T$  idő alatt instabillá vált), időbeli lépésköz:  $h = 0.1$  év. Kezdetifeltétel-pontok száma:  $100 \times 100$ . Adott  $a_0, e_0$  kezdetifeltétel-ponthez tartozó entrópia-grid paraméterei: határok:  $a_0 \pm 0.0056 \text{ AU} \approx a_0 \pm 2\sqrt{3}R_H$  (ahol  $R_H$  a  $b$  és  $c$  bolygó kölcsönös Hill-sugara),  $e_0 \pm 0.0767 \approx e_0 \pm \frac{1}{2}\max\{\Delta e: \text{ ahol } t_{\text{end}} = T\}$ ; cellaszám:  $800 \times 800$ . Kék kör: a bolygó névleges pozíciója  $a = 0.07497 \text{ AU}$  és  $e = 0.0386$  értékeknél. Bal oldal: excentricitás-variációk. Közép: 1-re normált Shannon-entrópia. Jobb oldal: stabilitási idők.



2. ábra. A fél nagytengely és excentricitás időbeli fejlődése a Kepler-60 rendszer 3 bolygójának valódi Laplace-rezonancia szerinti névleges pozíciójára,  $1.26 \cdot 10^8$  év alatt. Bal oldal:  $b$  jelű bolygó ( $a_b = 0.07497 \text{ AU}$ ,  $e_b = 0.0386$ ). Közép:  $c$  jelű bolygó ( $a_c = 0.08701 \text{ AU}$ ,  $e_c = 0.0567$ ). Jobb oldal:  $d$  jelű bolygó ( $a_d = 0.10548 \text{ AU}$ ,  $e_d = 0.0151$ ).

- Goździewski, K., Migaszewski, C., Panichi, F., Szuszkiewicz, E.: The Laplace resonance in the Kepler-60 planetary system, *MNRAS*, **455**, L104–L108 (2016)
- Milani, A., Nobili, A. M.: An example of stable chaos in the Solar System, *Nature*, **357**, 569–571 (1992)
- Rowe, J. F., Coughlin, J. L., Antoci, V., Barclay, T., Batalha, N. M., Borucki, W. J., Burke, C. J., Bryson, S. T., Caldwell, D. A., Campbell, J. R., Catanzarite, J. H., Christiansen, J. L., Cochran, W., Gilliland, R. L., Girouard, F. R., Haas, M. R., Hełminiak, K. G., Henze, C. E., Hoffman, K. L., Howell, S. B., Huber, D., Hunter, R. C., Jang-Condell, H., Jenkins, J. M., Klaus, T. C., Latham, D. W., Li, J., Lissauer, J. J., McCauliff, S. D., Morris, R. L., Mullally, F., Ofir, A., Quarles, B., Quintana, E., Sabale, A., Seader, S., Shporer, A., Smith, J. C., Steffen, J. H., Still, M., Tenenbaum, P., Thompson, S. E., Twicken, J. D., Laerhoven, C. V., Wolfgang, A., Zamudio, K. A.: PLANETARY CANDIDATES OBSERVED BY KEPLER . v. PLANET SAMPLE FROM q1–q12 (36 MONTHS), *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **217**, 16 (2015)
- Shannon, C. E., Weaver, W.: *The Mathematical Theory of Communication*, Illinois U.P., Urbana (1949)
- Steffen, J. H., Fabrycky, D. C., Agol, E., Ford, E. B., Morehead, R. C., Cochran, W. D., Lissauer, J. J., Adams, E. R., Borucki, W. J., Bryson, S., Caldwell, D. A., Dupree, A., Jenkins, J. M., Robertson, P., Rowe, J. F., Seader, S., Thompson, S., Twicken, J. D.: Transit timing observations from Kepler - VII. Confirmation of 27 planets in 13 multiplanet systems via transit timing variations and orbital stability, *MNRAS*, **428**, 1077–1087 (2013)

## Publikációk a képzés alatt

- megjelent: Kővári, E., Érdi, B.: The Axisymmetric Central Configurations of the Four-Body Problem with Three Equal Masses, *Symmetry*, **12(4)**, 648 (2020)
- beküldött: Kővári, E., Érdi, B., Sándor, Zs.: Application of the Shannon entropy in planetary dynamics: the long-term stability of the Kepler-60 exoplanetary system, *MNRAS*

## Konferenciák, tanszéki és intézeti szemináriumok a képzés alatt

- 2019. dec. 12.: szemináriumi előadás a wuppertali egyetemen *Central configurations of four bodies with an axis of symmetry* címmel, a dec. 4-16. közötti szakmai út zárásaként (DAAD-projekt)
- 2020. jún. 4.: tanszéki szemináriumi előadás *A new approach to investigating planetary dynamics using the Shannon entropy* címmel

- 2020. dec. 14.: előadás a 2019/2020-as tanév ÚNKP zárókonferenciáján *Rezonáns bolygórendszerek dinamikájának vizsgálata a szekuláris rezonanciák figyelembevételével* címmel
- esedékes: 2021. jún. 3.: tanszéki szemináriumi előadás *A Kepler-60 exobolygórendszer két lehetséges rezonáns konfigurációjának stabilitása* címmel
- esedékes: 2021. aug. 31.: előadás a 2020/2021-es tanév ÚNKP zárókonferenciáján
- tervben: 2021. júl.: szemináriumi előadás a tübingeni egyetemen

## Tanulmányi tevékenység az aktuális félévben

- *Fejezetek a többes csillag- és bolygórendszerek elméleti és megfigyelési kérdésiből II.* (FIZ/2/100E)

## Oktatási tevékenység a képzés alatt

- 2019/2020/1: *Mérések és megfigyelések* (ft2mermeg0g17ga), csillagász gyakorlat  
*Mentoráció (földtudomány)* (mentoraciog19ka), csillagászat
- 2019/2020/2: *Csillagászati észlelési gyakorlatok 1.* (cseszlgyk1g17ga)
- 2020/2021/1: *Mérések és megfigyelések* (ft2mermeg0g17ga), csillagász gyakorlat
- 2020/2021/2: *Csillagászati észlelési gyakorlatok 3.* (cseszlgyk3g17ga)

## Elismerések a képzés alatt

- 2019/2020-as tanév: ÚNKP-ösztöndíj
- 2020/2021-es tanév: ÚNKP-ösztöndíj