Eötvös Loránd Tudományegyetem
Fizika Doktori Iskola
Részecskefizika és Csillagászat Program

4. félévi beszámoló

Zsóka Szilárd
e-mail: szilard.zs1992@gmail.com
Témavezető: Dr. Szabados László Benő (MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont)

A dolgozat címe: "Megoldások az Einstein konformisan csatolt Higgs kozmológiai modellekben"

1. Elmélet ismertetése

Roger Penrose [1] konform ciklikus kozmológia modellje (CCC) szerint az Univerzumunk Friedmann-Robertson-Walker (FLW) téridők sorozata, azaz az egyik téridő múltbeli konformis határa hozzáilleszthető egy másik jövőbeli konformis határához egy megfelelő konformis átskálázás után.

Az egyes FLW téridők metrikus tenzorát megszorozza egy konformis faktor Ω négyzete, ami nullához közelít az időszerű végtelenben, ezzel "összepréselve" a jövőbeli konformis határt egy reguláris térszerű hiperfelületté (pozitív kozmológiai állandó esetén). Penrose az FLW téridők sorozatának egyes tagjait aenoknak hívja.

Jelenlegi tudásunk szerint a Standard Modell (SM) leptonjai, valamint a gyenge mérték bozonok ($W^{\pm}, Z$) a Brout-Englert-Higgs mechanizmus (röviden Higgs-mechanizmus) által nyernek tömeget, ha a Higgs-mező szimmetria sértő vákuum állapotokkal rendelkezik. Azért, hogy ilyen állapotok kialakuljanak a Higgs-mezőnek nem zérus tömeg paraméterrel és önkölcsönhatással kell rendelkeznie. A Higgs-mező tömeg paramétere az egyetlen dimenziós paramétere a modellnek. Maga a Higgs-mechanizmus egy tisztán kinematikai jelenség, hiszen levezetéséhez semmilyen evolúciós egyenletre nincs szükség.

Ha alkalmazzuk a CCC modellt a SM-re akkor minden fizikai mezőnek az aeonok közötti átmeneti térszerű hiperfelületen zérus tömegűnek kellett lennie. Tehát valamilyen dinamikai folyamat során el kellett veszíteniük a tömegüket az előző aeonban, majd újra tömeget nyertek a Big Bang után a mi aeonunkban. Témavezetőm Dr. Szabados László az Einstein-konformisan csatolt Standard Modell (EccSM) klasszikus térelméletét vizsgálta, melyben a gravitációhoz konformisan csatolva jelenik meg a Higgs-mező [2].

Jelenlegi kutatási feladatom a Einstein-konformisan csatolt Higgs (EccH) rendszer vizsgálata FLW szimmetria jelenlétében. Ha megköveteljük, hogy az EccSM rendszerben szereplő mezők legyenek invariánsak a téridő izometriáira, akkor minden spinor vagy vektor indexel ellátott mezőnek el kell tűnnie, valamint a Higgs-mező és annak kanonikus momentuma állandó kell, hogy legyen a Σ_t hiperfelületen. Az EccH modell dinamikájáért felelős Lagrange-sűrűség:

$$\mathcal{L}_{EccH} = \frac{1}{2} g^{ab} \left(\nabla_a \Phi\right) \left(\nabla_b \Phi\right) - \frac{1}{2}\mu^2 \Phi^2 - \frac{1}{4}\lambda \Phi^4 - \frac{1}{12} R \Phi^2. \tag{1}$$

A rendszerhez tartozó hatás variálásával kapjuk a Higgs-mező mozgás egyenletét FLW szimmetria jelentében,

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{S}}{S}\dot{\Phi} = -\left(\mu^2 + \frac{2}{3}\Lambda\right)\Phi - \left(\lambda + \frac{1}{6}\kappa\mu^2\right)\Phi^3. \tag{2}$$

Témavezetőm és munkatársa Wolf György megoldották az egyenletek hatványsor segítségével aszimptotikusan negyed rendig a kezdeti szingularitáshoz közel [3]. A numerikus vizsgálatoknak köszönhetően úgy tűnik létezhetnek olyan szinguláris megoldások is, melyek nem közelíthetők hatványsorral.

2. Kutatás

A félév során az EccH rendszer egyenleteinek vizsgálatával töltöttem, melyek egy másodrendű nemlineáris differenciálegyenlet-rendszert alkotnak. A probléma nemlineáris jellege igen megnehezíti a vizsgálatokat. Szakirodalom nem különösebben elemzi ezen rendszerek általánosabb vizsgálatát. Tehát a másodrendű egyenletek visszaírtuk egy elsőrendű differenciálegyenletekből álló rendszerre a következő változók bevezetésével,

$$\Pi = \dot{\Phi} - \frac{1}{3}\chi\Phi$$

$$\chi = 3\frac{\dot{S}}{S}$$

ahol Π a Φ Higgs-mezőhöz kanonikusan konjugált impulzus, χ pedig a Σ_t hiperfelületek külső görbületének nyoma. Az új változókkal felírva model egyenlet-rendszerre a következő:

$$\dot{\Phi} = \Pi - \frac{1}{3}\chi\Phi \tag{3}$$

$$\dot{\Pi} = -\frac{2}{3}\Pi\chi - \left(\mu^2 + \frac{\Lambda}{3} - \frac{1}{9}\chi^2\right)\Phi - \lambda\Phi^3 - \frac{1}{3}\kappa\varepsilon\Phi \tag{4}$$

$$\dot{S} = \frac{1}{3}\chi S \tag{5}$$

$$\dot{\chi} = 3\frac{k}{S^2} + \frac{1}{2}\kappa\mu^2\Phi^2 - 2\kappa\varepsilon \tag{6}$$

$$0 = \mathcal{C} = \frac{1}{3}\chi^2 + 3\frac{k}{S^2} - \Lambda - \kappa\varepsilon \tag{7}$$

A korábbi vizsgálatok [arXiv: 1603.06997v3] feltárták, hogy az elméletben két jelentős fizikai szingularitás lép fel: $\Phi^2 \to \infty, S \to 0$ Big Bang szingularitás, valamint mikor $\Phi^2 \to \sqrt{\frac{6}{\kappa}}, S \to 0$, Small Bang szingularitás. Feladatom ezen egyenlet-rendszer megoldása ezen szingularitások közelében.

Ehhez a kritikus pont analízist használtam, mely nemlineáris dinamikai rendszerek vizsgálatánál alkalmazható. Azonban az elméletben szereplő szingularitásokra nem alkalmazható a differenciálegyenletek elméletében definiált kritikus pont fogalma.

A tavaszi félév során egy sikeresen alkalmazható módszer megtalálása volt a célom a probléma megoldásához. Emiatt több kutatóval is felvettem kapcsolatot, mind a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézetben mind külföldön. Sikeresen felvettem a kapcsolatot Alexander Bruno orosz matematikussal, aki az ún. Hatvány Geometria szakértője. A módszer segítségével vizsgálhatók a nemlineáris differenciálegyenlet-rendszerek aszimptotikus viselkedései. A tavaszi félév során ezen módszer elsajátítását tűztem ki célul. A teljesítményemet némileg visszavetette a COVID-19 vírus által okozott anyagi visszaesés, amely miatt elvállaltam egy újabb másodállást. Így lassabban tudtam haladni.